

## মূল বইয়ের অতিরিক্ত অংশ

### প্রথম অধ্যায়: সেট ও ফাংশন

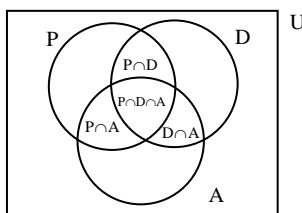


#### পরীক্ষায় কমন পেতে আরও প্রশ্ন ও সমাধান

- প্রশ্ন ▶ ১** চট্টগ্রাম মহানগরের একটি বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 100 জন শিক্ষার্থীদের উপর পরিচালিত এক জরিপে জানা যায় 40 জন দৈনিক প্রথম আলো, 32 জন ডেইলি স্টার, 28 জন দৈনিক আজাদী, 10 জন দৈনিক প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার, 8 জন ডেইলি স্টার ও দৈনিক আজাদী, 5 জন প্রথম আলো ও দৈনিক আজাদী এবং 3 জন তিনটি পত্রিকাই পড়ে।  
 ক. তথ্যগুলি ভেনচিত্রে উপস্থাপন কর।  
 খ. কত জন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না?  
 গ. কত জন শিক্ষার্থী কেবলমাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে?
- /ন. এ. চ. বো./

#### ১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** ধরি,  $U = \text{সকল শিক্ষার্থীর সেট}$   
 $P = \text{যারা প্রথম আলো পড়ে তাদের সেট}$   
 $D = \text{যারা ডেইলি স্টার পড়ে তাদের সেট}$   
 $A = \text{যারা দৈনিক আজাদী পড়ে তাদের সেট}$



$$\begin{aligned}
 n(U) &= 100, n(P) = 40, n(D) = 32, n(A) = 28 \\
 n(P \cap D) &= 10, n(D \cap A) = 8, n(P \cap A) = 5 \\
 n(P \cap D \cap A) &= 3 \\
 \text{খ} \quad \text{প্রেরির সকল শিক্ষার্থীর সেট } U & \\
 \text{তিনটি পত্রিকার অন্তর্ভুক্ত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট} & \\
 &= (P \cup D \cup A) \\
 \therefore \text{তিনটি পত্রিকার একটি ও পড়ে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা} & \\
 &= n(U) - n(P \cup D \cup A) \\
 &= n(U) - [n(P) + n(D) + n(A) - n(P \cap D) - n(D \cap A) - \\
 &\quad n(A \cap P) + n(P \cap D \cap A)] \\
 &= 100 - [40 + 32 + 28 - 10 - 8 - 5 + 3] \\
 &= 100 - 80 = 20 \\
 \therefore 20 \text{ জন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না।} &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{গ} \quad \text{তিনটি পত্রিকাই পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট} &= (P \cap D \cap A) \\
 \text{শুধু প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা} & \\
 &= n(P \cap D) - n(P \cap D \cap A) = (10 - 3) = 7 \\
 \text{শুধু ডেইলি স্টার ও আজাদী পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা} & \\
 &= n(D \cap A) - n(P \cap D \cap A) = 8 - 3 = 5 \\
 \text{শুধু আজাদী ও দৈনিক প্রথম আলো পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা} & \\
 &= n(A \cap P) - n(P \cap D \cap A) = 5 - 3 = 2 \\
 \therefore \text{কেবল মাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা} & \\
 &= 7 + 5 + 2 = 14 \text{ জন।}
 \end{aligned}$$

**প্রশ্ন ▶ ২**  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  এবং  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ফাংশন দুইটি  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

এবং  $g(x) = \sqrt{x-2}$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত। /ন. এ. চ. বো./

**ক.** ডোম  $f$  এবং ডোম  $g$  নির্ণয় কর। ২

**খ.** দেখাও যে,  $f$  এক-এক এবং অন্তু ফাংশন। ৮

**গ.**  $x$  এর মান নির্ণয় কর যেখানে  $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$  ৮

#### ২ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** দেওয়া আছে,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

$$\text{এবং } g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x-2}$$

$$f(x) = \frac{2x+2}{x-1} \in \mathbb{R} \text{ হবে যদি ও কেবল যদি } x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x-1 \neq 0$$

$$\text{অর্থাৎ } x \neq 1 \text{ হয়}$$

$$\therefore \text{ডোম } f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\} \text{ (Ans.)}$$

$$g(x) = \sqrt{x-2} \in \mathbb{R} \text{ হবে যদি ও কেবল যদি } x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x-2 \geq 0$$

$$\text{অর্থাৎ } x \geq 2 \text{ হয়}$$

$$\therefore \text{ডোম } g = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\} \text{ (Ans.)}$$

**খ** যে কোন  $x_1 \in \text{ডোম } f$ ,  $x_2 \in \text{ডোম } f$  এর জন্য

$$f(x_1) = f(x_2) \text{ হবে যদি ও কেবল যদি}$$

$$\frac{2x_1+2}{x_1-1} = \frac{2x_2+2}{x_2-1} \text{ হয়}$$

$$\therefore \frac{x_1+1}{x_1-1} = \frac{x_2+1}{x_2-1}$$

$$\text{বা, } x_1x_2 + x_2 - x_1 - 1 = x_1x_2 + x_1 - x_2 - 1$$

$$\text{বা, } x_2 - x_1 = x_1 - x_2$$

$$\text{বা, } 2x_2 = 2x_1$$

$$\text{বা, } x_1 = x_2$$

$$\therefore f \text{ ফাংশনটি এক-এক।}$$

আবার, যে কোন সংখ্যা  $y \in \mathbb{R}$  হলে

$$\text{ধরি, } y = \frac{2x+2}{x-1}$$

$$\text{বা, } yx - y = 2x + 2$$

$$\text{বা, } yx - 2x = y + 2$$

$$\text{বা, } x = \frac{y+2}{y-2}$$

$$\text{এখন, } f\left(\frac{y+2}{y-2}\right) = \frac{\frac{2(y+2)}{y-2} + 2}{\frac{y+2}{y-2} - 1} = \frac{\frac{2y+4+2y-4}{y-2}}{\frac{y+2-y-2}{y-2}} = \frac{\frac{4y}{y-2}}{\frac{0}{y-2}} = y = f(x)$$

$$\therefore f \text{ ফাংশনটি অন্তু।}$$

অর্থাৎ  $f$  ফাংশনটি এক-এক এবং অন্তু (দেখানো হলো)

**গ** ধরি,  $y = f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

$$\text{বা, } yx - y = 2x + 2$$

$$\text{বা, } yx - 2x = y + 2$$

বা,  $x = \frac{y+2}{y-2}$

$$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2} \quad [y=f(x) \text{ হলে } x = f^{-1}(y)]$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}$$

আবার, ধরি,

$$y = g(x) = \sqrt{x-2}$$

$$\text{বা, } y^2 = x - 2$$

$$\text{বা, } x = y^2 + 2$$

$$\text{বা, } g^{-1}(y) = y^2 + 2 \quad [y=g(x) \text{ হলে } x = g^{-1}(y)]$$

$$\therefore g^{-1}(x) = x^2 + 2$$

$$\text{এবং } g^{-1}(3) = 3^2 + 2 = 11$$

দেওয়া আছে,

$$5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$$

$$\text{বা, } 5 \cdot \frac{x+2}{x-2} = 11$$

$$\text{বা, } 5x + 10 = 11x - 22$$

$$\text{বা, } 5x - 11x = -22 - 10$$

$$\text{বা, } -6x = -32$$

$$\text{বা, } x = \frac{-32}{-6}$$

$$\therefore x = \frac{16}{3} \quad (\text{Ans.})$$

**প্রশ্ন ▶ ৩**  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  এবং  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ফাংশন দুইটি  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

$$\text{এবং } g(x) = \sqrt{x-2} \text{ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।}$$

/ন. এ. রা. বো./

ক. ডোম  $f$  এবং ডোম  $g$  নির্ণয় করো।

২

খ. দেখাও যে,  $f$  এক-এক এবং অন্তু ফাংশন।

৮

গ.  $x$  এর মান নির্ণয় কর যেখানে  $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$

৮

### ৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

$$\text{এবং } g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x-2}$$

$$f(x) = \frac{2x+2}{x-1} \in \mathbb{R} \text{ হবে যদি ও কেবল যদি } x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x-1 \neq 0$$

অর্থাৎ  $x \neq 1$  হয়

$\therefore$  ডোম  $f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$  (Ans.)

$$g(x) = \sqrt{x-2} \in \mathbb{R} \text{ হবে যদি ও কেবল যদি } x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x-2 \geq 0$$

অর্থাৎ  $x \geq 2$  হয়

$\therefore$  ডোম  $g = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\}$  (Ans.)

খ. যে কোন  $x_1 \in$  ডোম  $f$ ,  $x_2 \in$  ডোম  $f$  এর জন্য

$f(x_1) = f(x_2)$  হবে যদি ও কেবল যদি

$$\frac{2x_1+2}{x_1-1} = \frac{2x_2+2}{x_2-1} \text{ হয়}$$

$$\therefore \frac{x_1+1}{x_1-1} = \frac{x_2+1}{x_2-1}$$

বা,  $x_1x_2 + x_2 - x_1 - 1 = x_1x_2 + x_1 - x_2 - 1$

বা,  $x_2 - x_1 = x_1 - x_2$

বা,  $2x_2 = 2x_1$

বা,  $x_1 = x_2$

$\therefore f$  ফাংশনটি এক-এক।

আবার, যে কোন সংখ্যা  $y \in \mathbb{R}$  হলে

ধরি,  $y = \frac{2x+2}{x-1}$

বা,  $yx - y = 2x + 2$

বা,  $yx - 2x = y + 2$

বা,  $x = \frac{y+2}{y-2}$

$$\text{এখন, } f\left(\frac{y+2}{y-2}\right) = \frac{\frac{2y+2}{y-2} + 2}{\frac{y+2}{y-2} - 1} = \frac{\frac{2y+4+2y-4}{y-2}}{\frac{y+2-y+2}{y-2}} = \frac{\frac{4y}{y-2}}{\frac{4}{y-2}} = y = f(x)$$

$\therefore f$  ফাংশনটি অন্তু।

অর্থাৎ  $f$  ফাংশনটি এক-এক এবং অন্তু (দেখানো হলো)

গ. ধরি,  $y = f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

বা,  $yx - y = 2x + 2$

বা,  $yx - 2x = y + 2$

বা,  $x = \frac{y+2}{y-2}$

$$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2} \quad [y=f(x) \text{ হলে } x = f^{-1}(y)]$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}$$

আবার, ধরি,

$$y = g(x) = \sqrt{x-2}$$

বা,  $y^2 = x - 2$

বা,  $x = y^2 + 2$

$$\text{বা, } g^{-1}(y) = y^2 + 2 \quad [y=g(x) \text{ হলে } x = g^{-1}(y)]$$

$$\therefore g^{-1}(x) = x^2 + 2$$

$$\text{এবং } g^{-1}(3) = 3^2 + 2 = 11$$

দেওয়া আছে,

$$5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$$

বা,  $5 \cdot \frac{x+2}{x-2} = 11$

বা,  $5x + 10 = 11x - 22$

বা,  $5x - 11x = -22 - 10$

বা,  $-6x = -32$

বা,  $x = \frac{-32}{-6}$

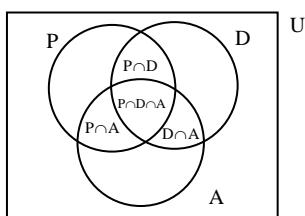
$$\therefore x = \frac{16}{3} \quad (\text{Ans.})$$

- প্রশ্ন ▶ ৪** চট্টগ্রাম মহানগরের একটি বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 100 জন শিক্ষার্থীদের উপর পরিচালিত এক জরিপে জানা যায় 40 জন দৈনিক প্রথম আলো, 32 জন ডেইলি স্টার, 28 জন দৈনিক আজাদী, 10 জন দৈনিক প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার, 8 জন ডেইলি স্টার ও দৈনিক আজাদী, 5 জন প্রথম আলো ও দৈনিক আজাদী এবং 3 জন তিনটি পত্রিকাই পড়ে।  
 ক. তথ্যগুলি ভেনচিত্রে উপস্থাপন করো।  
 খ. কত জন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না?  
 গ. কত জন শিক্ষার্থী কেবলমাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে?  
 (ন. এ. চ. বো.)

২  
৮  
৮

#### ৪ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক.** ধরি,  $U = \text{সকল শিক্ষার্থীর সেট}$   
 $P = \text{যারা প্রথম আলো পড়ে তাদের সেট}$   
 $D = \text{যারা ডেইলি স্টার পড়ে তাদের সেট}$   
 $A = \text{যারা দৈনিক আজাদী পড়ে তাদের সেট}$



U

$$\begin{aligned} n(U) &= 100, n(P) = 40, n(D) = 32, n(A) = 28 \\ n(P \cap D) &= 10, n(D \cap A) = 8, n(P \cap A) = 5 \\ n(P \cap D \cap A) &= 3 \end{aligned}$$

- খ.** শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীর সেট  $U$   
 তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট  
 $= (P \cup D \cup A)$   
 $\therefore$  তিনটি পত্রিকার একটি ও পড়ে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা  
 $= n(U) - n(P \cup D \cup A)$   
 $= n(U) - [n(P) + n(D) + n(A) - n(P \cap D) - n(D \cap A) - n(A \cap P) + n(P \cap D \cap A)]$   
 $= 100 - [40 + 32 + 28 - 10 - 8 - 5 + 3]$   
 $= 100 - 80 = 20$   
 $\therefore 20$  জন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না।  
**গ.** তিনটি পত্রিকাই পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট  $= (P \cap D \cap A)$   
 শুধু প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা  
 $= n(P \cap D) - n(P \cap D \cap A) = (10 - 3) = 7$   
 শুধু ডেইলি স্টার ও আজাদী পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা  
 $= n(D \cap A) - n(P \cap D \cap A) = 8 - 3 = 5$   
 শুধু আজাদী ও দৈনিক প্রথম আলো পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা  
 $= n(A \cap P) - n(P \cap D \cap A) = 5 - 3 = 2$   
 $\therefore$  কেবল মাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা  
 $= 7 + 5 + 2 = 14$  জন।



#### উত্তর সংকেতসহ সূজনশীল প্রশ্ন

- প্রশ্ন ▶ ৫** সার্বিক সেট  $U$  এবং  $A, B$  ও  $C$  তিনটি উপসেট।

◀ শিখনকল-১, ২ ও ৩

- ক. দ্যা মরণ্যানের সূত্র লিখ।  
 খ. দেখাও যে,  $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ .  
 গ. প্রমাণ কর যে,  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .

- প্রশ্ন ▶ ৬**  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  এবং  $B = \{3^n : n = 0 \text{ অথবা } n \in \mathbb{N}\}$   
 ◀ শিখনকল-১ ও ৪

- ক. সমতুল সেট কী?  
 খ. প্রমাণ কর যে,  $B$  সেটটি  $B$  এর সমতুল।  
 গ.  $P(A)$  নির্ণয় করে প্রমাণ কর যে, কোন সেটে  $n$  সংখ্যক উপাদান থাকে সেই সেটটির শক্তি সেটে  $2^n$  সংখ্যক উপাদান থাকে।

- প্রশ্ন ▶ ৭**  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$  স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের সেট,  
 $A = \{2x : x \in \mathbb{N}\},$   
 $B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$   
 $C = \{y \in \mathbb{N} | y^2 - 3y + 2 = 0\}$  (বন্দুড়া জিলা স্কুল, বন্দুড়া)

- ক.  $C$  কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো।  
 খ. প্রমাণ কর যে,  $A$  সেটটি  $\mathbb{N}$  এর সমতুল।  
 গ. দেখাও যে,  $B$  একটি অনন্ত সেট।  
 উত্তর: ক.  $\{1, 2\}$

- প্রশ্ন ▶ ৮**  $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0; a, b \in \mathbb{R}\},$   
 $B = \{3, 4\}$  এবং  $C = \{3, 4, 7, 8\}$   
 (শেরপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, শেরপুর)

- ক. সার্বিক সেট বলতে কী বুঝা?  
 খ. দেখাও যে,  $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$   
 গ. প্রমাণ কর যে,  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

- প্রশ্ন ▶ ৯**  $f : \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{-8, -1, 0, 1, 8\}$  ফাংশনটি

$$f(x) = x^3$$
 দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

◀ শিখনকল-২, ৩ ও ৪

- ক. ডোম  $f \cap$  রেঞ্জ  $f$  নির্ণয় কর।  
 খ. দেখাও যে, ফাংশনটি এক-এক এবং অনন্ত।  
 গ.  $f^{-1}(216)$  নির্ণয় কর।  
 উত্তর: ক.  $\{-1, 0, 1\}$ , গ. 6

- প্রশ্ন ▶ ১০**  $f(x) = \frac{2x+5}{x+1}$   
 ◀ শিখনকল-২, ৩ ও ৪

- ক.  $f(x)$  ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।  
 খ. দেখাও যে,  $f(x)$  একটি এক-এক ফাংশন।  
 গ.  $f(x)$  এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় কর।

- উত্তর: ক.  $\mathbb{R} - \{-1\}$ , খ.  $\mathbb{R} - \{2\}$ ; গ.  $\frac{5-x}{x-2}$

- প্রশ্ন ▶ ১১**  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6; g(y) = \frac{1+y^2+y^4}{y^2}$  ◀ শিখনকল-১ ও ২

- ক.  $f(0), f(-1)$  এর মান নির্ণয় কর।  
 খ.  $x$  এর কোন মানের জন্য  $f(x) = 0$  হবে?  
 গ. দেখাও যে,  $g\left(\frac{1}{y^2}\right) = g(y^2)$

- উত্তর: ক.  $-6, -24$  খ.  $x = 1, 2, 3$

- প্রশ্ন ▶ ১২**  $f : x \rightarrow \frac{2x-1}{2x+3}$   
 ◀ শিখনকল-২, ৩ ও ৪

- ক.  $f\left(\frac{1}{3}\right) =$  কত?  
 খ. ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর।  
 গ.  $2f^{-1}(x) = x$  হলে,  $x$  এর মান নির্ধারণ কর।

- উত্তর: ক.  $-\frac{1}{11}$ ; খ. এক-এক; গ.  $-1$ ;

**প্রশ্ন ▶ ১৩**  $F(x) = \frac{1}{x-4}$

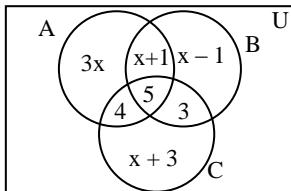
ক.  $F(-4)$  এবং  $F\left(\frac{1}{3}\right)$  নির্ণয় করো। ২

খ. ডোম  $F$  নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ করো। ৮

গ.  $F\left(\frac{1}{x-4}\right) = 0$  হলে  $x$  নির্ণয় কর এবং  $F(x)$  এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করো। ৮

উত্তর: ক.  $-\frac{1}{8}$  এবং  $-\frac{3}{11}$ ; খ.  $\mathbb{R} - \{4\}$ ; এক-এক গ. ৪ এবং  $\frac{1}{x} + 4$

**প্রশ্ন ▶ ১৪**



উপরোক্ত ভেনচিত্রে  $A, B, C$  সেটের উপাদানগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে যেন,  $U = A \cup B \cup C$ .

ক. যদি  $n(U) = 75$  হয় তবে  $x$  এর মান নির্ণয় করো। ২

খ.  $n(A' \cap B)$  এর মান নির্ণয় করো। ৮

গ.  $n(A \cap B \cap C)' =$  কত? ৮

উত্তর: ক. 10; খ. 12; গ. 70

**প্রশ্ন ▶ ১৫** কোনো শ্রেণির 30 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 19 জন নিয়েছে অর্থনীতি, 17 জন নিয়েছে ভূগোল, 11 জন নিয়েছে পৌরনীতি, 12 জন নিয়েছে অর্থনীতি ও ভূগোল, 7 জন নিয়েছে অর্থনীতি ও পৌরনীতি, 5 জন নিয়েছে ভূগোল ও পৌরনীতি এবং 2 জন নিয়েছে সবগুলো বিষয়।

ক. সান্ত সেটের সংজ্ঞানুসারে তথ্যগুলো বর্ণনা করো। ২

খ. কতজন শিক্ষার্থী ত্রি তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি? ৮

গ. কতজন শিক্ষার্থী ত্রি তিনটি বিষয়ের কেবল একটি বিষয় নিয়েছে? ৮

উত্তর: খ. 5 জন; গ. 5 জন

**প্রশ্ন ▶ ১৬**  $f : \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{-8, -1, 0, 1, 8\}$  ফাংশনটি

$f(x) = x^3$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

◀ শিখনকল-২, ৩ ও ৪

ক. ডোম  $f \cap$  রেঞ্জ  $f$  নির্ণয় করো। ২

খ. দেখাও যে, ফাংশনটি এক-এক এবং অনন্ত। ৮

গ.  $f^{-1}(216)$  নির্ণয় করো। ৮

উত্তর: ক.  $\{-1, 0, 1\}$ , গ. 6

**প্রশ্ন ▶ ১৭**  $f(x) = \frac{x}{2x-1}$  একটি ফাংশন।

ক.  $f$  এর Domain এবং Range কত? ২

খ.  $f^{-1}(x)$  নির্ণয় কর এবং  $f^{-1}(1)$  বের করো। ৮

গ.  $f^{-1}[-2, 0]$  নির্ণয় করো। ৮

উত্তর: ক.  $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ ,  $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$  খ.  $\frac{x}{2x-1}$ ; ১ গ.  $\left[0, \frac{2}{5}\right]$

**প্রশ্ন ▶ ১৮**  $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^3 - 5x^2 + 6x = 0\}, B = \{4, 5\}$

এবং  $C = \{5, 6\}$

ক.  $A$  কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে,  $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$  ৮

গ. দেখাও যে,  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$  ৮

উত্তর: ক.  $\{0, 2, 3\}$

**প্রশ্ন ▶ ১৯**  $F(x) = 4x - 1$

ক.  $F(x+1)$  এবং  $F\left(\frac{1}{2}\right)$  এর মান নির্ণয় করো। ২

খ.  $F(x)$  ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ণয় কর, যখন  $x, y \in \mathbb{N}$ . ৮

গ.  $F(x)$  এর লেখচিত্র অঙ্কন করো। ৮

উত্তর: ক.  $4x+3, 1$ ; খ. এক-এক



**সূজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন**

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

মান-৫০

[বি. দ্র. যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উভয় দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০]

$$10 \times 5 = 50$$

১. $\blacktriangleright x^2 - (a+b)x + ab = 0$ $x^2 - 5x + 6 = 0$ $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$	২	১০ × ৫ = ৫০
সমীকরণগ্রাফের মূলগুলো যথাক্রমে A, B ও C সেটের উপাদান। ক. C সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। খ. P(A ∪ B) = P(A) ∪ P(B) স্বীকার্যের সত্যতা যাচাই কর। গ. প্রমাণ কর যে, A × (B ∩ C) = (A × B) ∩ (A × C)	৮	
২. $\blacktriangleright$ শ্রেণি শিক্ষক হৃদয়কে একটি অনন্ত সেট এবং উজ্জ্বলকে এমন একটি সেট লিখতে বলল যা এক-এক ও সার্বিক।	৮	
হৃদয় লিখল : $S = \{(-3)^n : n = 0 \text{ অথবা } n \in \mathbb{N}\}$ উজ্জ্বল লিখল : $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, F(x) = x^4$		
ক. S এর শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা কত? খ. হৃদয় সঠিক লিখেছে কিনা যাচাই কর। গ. ‘উজ্জ্বলের ধারণা পুরোপুরি সঠিক না’— ব্যাখ্যা কর।	২ ৮ ৮	
৩. $\blacktriangleright$ শ্রেণি শিক্ষক ভেনচিত্র সম্পর্কে ধারণা দিতে গিয়ে নিম্নোক্ত চিত্রটি আঁকেন।	৮	
ক. $n(A \cap B' \cap C') = n(A \cap B)$ হলে x এর মান বের কর। খ. $f(x) = n(A \cap B' \cap C)$ হলে $f^{-1}(1)$ এর মান কত? গ. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{n(A' \cap B' \cap C)} \cdot n\{A / (B \cup C)\}}$ একটি ফাংশন হলে এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।	২ ৮ ৮	
৪. $\blacktriangleright$ A একটি সেট যেখানে, $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\}$ এবং y, x এর একটি ফাংশন যেখানে, $y^2 = 25 - x^2, y \geq 0$ ক. A সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। খ. ফাংশনটির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। গ. কোন শর্ত সাপেক্ষে ফাংশনটি এক-এক ও সার্বিক হবে তা ব্যাখ্যা কর।	২ ৮ ৮	

**সূজনশীল বহুনির্বাচনি**

**মডেল প্রশ্নপত্রের উভয়**

১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩	১৪
১৪ (গ)	১৫ (খ)	১৬ (ক)	১৭ (গ)	১৮ (গ)	১৯ (ঘ)	২০ (গ)	২১ (গ)	২২ (ঘ)	২৩ (ঘ)	২৪ (ঘ)	২৫ (গ)		

**সূজনশীল রচনামূলক**

**মডেল প্রশ্নপত্রের উভয়**

১. ক. {1, 2, 3} ২. ক. অসীম, খ. সঠিক ৩. ক. $\frac{7}{3}$ ; খ. 0; গ. $\{x \in \mathbb{R} : x > 1 \text{ অথবা } x < -1\}; (0, \infty)$ ৪. ক. $\{x : x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 9\};$ খ. $[-5, 5]; [0, 5];$ গ. ডোমেন = $[0, 5],$ কোডোমেন = $[0, 5]; 5$	৫. ক. $\mathbb{R} - \{1\}; \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\};$ গ. 3 ৬. ক. $\mathbb{R}; [-1, 1];$ গ. 12 ৭. ক. $[-1, 1];$ খ. $\frac{1 - \sqrt{4x + 9}}{2}, x \geq -\frac{9}{4}$ ৮. খ. 10; গ. 128; 58
--	---

**বহুনির্বাচনি প্রশ্ন**

সময়: ২৫ মিনিট; মান-২৫			
১. যদি $n(A) = 3$ , $n(B) = 4$ এবং $n(A \cap B) = \emptyset$ হয়, তবে $(A \cup B)$ কত	<input type="radio"/> i <input checked="" type="radio"/> ii <input type="radio"/> iii	<input checked="" type="radio"/> ii <input type="radio"/> i, ii ও iii	<input type="radio"/> 1 <input checked="" type="radio"/> 2
<input type="radio"/> 6 <input checked="" type="radio"/> 7 <input type="radio"/> 9 <input checked="" type="radio"/> 12			১৮. $f(a^4 - 3)$ এর মান নির্ণয় কর যেখানে $a \in \mathbb{R}$ .
২. কোনটি বট্টন নিয়ম?	<input type="radio"/> A ∩ B = B ∩ C <input checked="" type="radio"/> (A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C) <input type="radio"/> A ∩ (B ∪ C) = (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) <input checked="" type="radio"/> (A ∩ B)' = A' ∪ B'	<input type="radio"/> প্রকৃত সেট <input checked="" type="radio"/> সার্বিক সেট <input checked="" type="radio"/> শক্তি সেট <input type="radio"/> ফাঁকা সেট	<input type="radio"/> a <input checked="" type="radio"/> a <sup>2</sup> <input type="radio"/> a <sup>3</sup> <input checked="" type="radio"/> a <sup>4</sup>
৩. $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ এবং $B = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1\}$ হলে—	i. A এর উপসেট B ii. A এবং B অনন্ত সেট iii. A এবং B সমতুল সেট	নিচের তথ্যের আলোকে (১১-১২) নং প্রশ্নের উভয় দাও:	১৯. কোনটি এক-এক ফাংশন নয়? <input type="radio"/> f(x) = 2x + 3 <input checked="" type="radio"/> f(x) =  x  <input type="radio"/> f(x) = log(x+1) <input checked="" type="radio"/> f(x) = e <sup>-x</sup>
৪. $S = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x(x-2) = x^2 - 2x\}$ হয় তবে কোনটি সঠিক?	<input type="radio"/> S = $\emptyset$ <input checked="" type="radio"/> S = $\mathbb{R}$ <input type="radio"/> S = $\mathbb{N}$ <input checked="" type="radio"/> S = $\mathbb{Z}$	A = {x : x ∈ N, x জোড় সংখ্যা এবং x < 7} B = {x : x ∈ N, x বিজোড় সংখ্যা এবং x < 7} C = {x : x ∈ N, 2 ≤ x < 6}	২০. দেওয়া আছে, $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$ নিচের কোনটি S এর সদস্য?
৫. কোন ছক্ট হোস্টেলে 35 জন ছাত্রের 25 জন মাস এবং 20 জন মাছ খেতে পছন্দ করে। প্রত্যেক ছক্ট দুইটি খাবারের যে কোন একটি পছন্দ করলে দুইটি খাবারই পছন্দ করে কতজন?	<input type="radio"/> 20 <input checked="" type="radio"/> 15 <input type="radio"/> 10 <input checked="" type="radio"/> 5	১১. A' ∩ B' এর তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কোনটি? <input type="radio"/> {} <input checked="" type="radio"/> {0} <input type="radio"/> {} <input checked="" type="radio"/> U	২১. যদি S = {(1, 4), (2, 1), (3, 0), (4, 1), (5, 4)} হয় তবে— i. S সম্পর্কির রেঞ্জ হলো, S = {4, 1, 0} ii. S এর বিপরীত সম্পর্ক হলো, $S^{-1} = \{(4, 1), (1, 2), (0, 3), (1, 4), (4, 5)\}$ iii. S একটি ফাংশন নিচের কোনটি সঠিক?
৬. $P = \{x : x \text{ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং } 5x \leq 16\}$ হলে, P এর মান কোনটি?	<input type="radio"/> {0, 1, 2, 3} <input checked="" type="radio"/> {1, 2, 3} <input type="radio"/> {0, 2, 3} <input checked="" type="radio"/> {0, 1, 2}	১২. P(C) এর উপাদান সংখ্যা কত? <input type="radio"/> 32 <input checked="" type="radio"/> 16 <input type="radio"/> 8 <input checked="" type="radio"/> 4	<input type="radio"/> i ও ii <input checked="" type="radio"/> ii ও iii <input type="radio"/> i ও iii <input checked="" type="radio"/> i, ii ও iii
৭. $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$ হলে—	i. $A = \{a, b\}$ ii. $n(A) = 2$ iii. $P(A) = \{(a), (b), (a, b), \emptyset\}$	১৩. যদি $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ হয়, তবে $f^{-1}(3)$ এর মান কত? <input type="radio"/> 4 <input checked="" type="radio"/> 5 <input type="radio"/> $\frac{1}{2}$ <input checked="" type="radio"/> 2	২২. $f(x) = \frac{x}{ x }$ ফাংশনটির ডোমেন কত?
৮. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা $2n$ হলে এর উপসেটের সংখ্যা কতটি?	<input type="radio"/> $2^n$ <input checked="" type="radio"/> $\lfloor 2n \rfloor$ <input type="radio"/> $4n$ <input checked="" type="radio"/> $4^n$	১৪. নিচের কোন মানের জন্য $f(y) = \sqrt{1-y}$ অসংজ্ঞায়িত? <input type="radio"/> f(-3) <input checked="" type="radio"/> f(0) <input type="radio"/> f( $\frac{1}{2}$ ) <input checked="" type="radio"/> f(2)	<input type="radio"/> {0} <input checked="" type="radio"/> {-1, 1} <input type="radio"/> $\mathbb{R} - \{0\}$ <input checked="" type="radio"/> $\mathbb{R}$
৯. $n(A) = m$ , $n(B) = n$ এবং $n(A \cap B) = 0$ হলে—	i. $n(A \cup B) = m+n$ ii. $n(A \cup B) = m-n$ iii. $n(A \cup B) = 0$	১৫. X এবং Y দুইটি সেট এবং X থেকে Y এর একটি অন্তর্য S হলে— i. X × Y এর একটি অশূন্য উপসেট S ii. X থেকে Y এর একটি ফাংশন S iii. ক্রমজোড়সমূহের একটি সেট S	২৩. সার্বিক সেট $U = \{x : x \in \mathbb{Z} : 0 < x \leq 10\}$ এর দুটি উপসেট A = {x ∈ Z : 3 < x ≤ 10} এবং B = {x ∈ Z : 0 < x < 7} হলে— i. $A' \subseteq B$ ii. $B' \subseteq A$ iii. $A \not\subseteq B$
নিচের কোনটি সঠিক?	<input type="radio"/> i ও ii <input checked="" type="radio"/> i ও iii <input type="radio"/> ii ও iii <input checked="" type="radio"/> i, ii ও iii	নিচের কোনটি সঠিক? <input type="radio"/> i ও ii <input checked="" type="radio"/> ii ও iii <input type="radio"/> i ও iii <input checked="" type="radio"/> i, ii ও iii	নিচের কোনটি সঠিক? <input type="radio"/> i ও ii <input checked="" type="radio"/> i ও iii <input type="radio"/> ii ও iii <input checked="" type="radio"/> i, ii ও iii
১০. কোন সেটের উপসেটের সেটকে কী বলা হয়?	<input type="radio"/> প্রকৃত সেট <input checked="" type="radio"/> সার্বিক সেট <input checked="" type="radio"/> শক্তি সেট <input type="radio"/> ফাঁকা সেট	১৬. $\ln \frac{a+x}{a-x}$ একটি লগারিদমীয় ফাংশন যেখানে, $a > 0$ . ফাংশনটির রেঞ্জ কত? <input type="radio"/> (-∞, 0) <input checked="" type="radio"/> (0, 0) <input type="radio"/> (0, ∞) <input checked="" type="radio"/> (-∞, ∞)	২৪. $F(y) = \sqrt{y-1}$ ফাংশনের ডোমেন নিচের কোনটি? <input type="radio"/> {y ∈ R : y ≤ 1} <input checked="" type="radio"/> {y ∈ R : y ≥ -1} <input type="radio"/> {y ∈ R : y ≤ -1} <input checked="" type="radio"/> {y ∈ R : y ≥ 1}
নিচের কোনটি সঠিক?		নিচের তথ্যের আলোকে (১৭-১৮) নং প্রশ্নের উভয় দাও:	২৫. $F(y) =  y  + y$ এর ডোমেন কত? যেখানে $-4 < y \leq 5$ . <input type="radio"/> ]-4, 5] <input checked="" type="radio"/> [-4, 5] <input type="radio"/> [-4, 5] <input checked="" type="radio"/> ]-4, 5[
১১. যদি $f(x) = -2$ হয়, তাহলে $x = ?$	<input checked="" type="radio"/> -2 <input type="radio"/> -1	$f(x) = \sqrt{x+3}$ হলে	
নিচের কোনটি সঠিক?		১৭. যদি $f(x) = -2$ হয়, তাহলে $x = ?$	

## সূজনশীল প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

মান-৫০

[বি. দ্র. যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উভয় দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০]

 $10 \times 5 = 50]$ 

১. ► $F(x) = \sqrt{16 - x^2}$ , $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 16\}$	ক. $f(x) = x^2 + 4$ ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় করো।	২
ক. $A$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো।	খ. $P(B \cup C)$ এর উপাদানসমূহ নির্ণয় করো।	৮
খ. $F(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় করো।	গ. প্রমাণ কর যে, $P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$ .	৮
গ. $F : A \rightarrow A$ ফাংশনটি এক-এক ও অনটু কিনা নির্ধারণ করো।	৫. ► $S = \{7^n : n = 0 \text{ অথবা } n \in \mathbb{N}\}$ একটি সেট।	৮
২. ► $F(x) = (x+5)^2$ এবং $P, Q, R$ তিনটি সান্ত সেট।	ক. $S$ কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো।	২
ক. প্রমাণ কর যে, $(P \setminus O) = P \cap Q'$	খ. দেখাও যে, $S$ সেটটি $\mathbb{N}$ এর সমতুল।	৮
খ. $F$ ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ণয় করো।	গ. দেখাও যে, $S$ একটি অনন্ত সেট।	৮
গ. প্রমাণ কর: $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$	৬. ► $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$	৮
৩. ►	ক. $B = \{1, 2\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$	২
	ক. $B \times C$ নির্ণয় করো।	৮
	খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$	৮
	গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ .	৮
	৭. ► সার্বিক সেট $U$ এবং $A, B$ দুইটি সসীম যাহা নিশ্চেদ নয়।	৮
	ক. উপরিউক্ত তথ্যকে ভেনচিত্রে বর্ণনা করো।	২
	খ. দেখাও যে, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ .	৮
	গ. যদি $n(A \cup B) = 30, n(A) = 20, n(B) = 15$ হয় তবে $n(A \cap B)$ এর মান নির্ণয় করো।	৮
	৮. ► $F(x) = (1 - 3x)^{\frac{1}{2}}$ , $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,	২
	$B = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x = y^2\}$	৮
	ক. $F(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় করো।	২
	খ. ডোম $B$ এবং রেঞ্জ $B$ নির্ণয় করো।	৮
	গ. $F^{-1}(x)$ নির্ণয় কর এবং $F$ ফাংশনটি এক-এক কিনা তা যাচাই করো।	৮

## নিজেকে যাচাই করিঃ বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

জ্ঞান	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩	
	১৮	৪	১৫	৭	১৬	৪	১৭	৭	১৮	৪	১৯	৪	২৫	৯

## নিজেকে যাচাই করিঃ সূজনশীল প্রশ্ন

১. ক. $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$	৫. ক. $\{1, 7, 49, 343, \dots \dots \}$
খ. $\{x \in \mathbb{R} : -4 \leq x \leq 4\}, [0, 4]$	৬. ক. $\{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (2, 5)\}$
এক-এক নয়, অনটু নয়।	৭. গ. $n(A \cap B) = 5$
২. খ. $\mathbb{R}$	৮. ক. $\{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{1}{3}\}, [0, \infty);$
৩. ক. ১; খ. ০; গ. $\left\{ x \in \mathbb{R} : x > -\frac{1}{8} \right\}$	খ. $\{0, 1\}, \{0, 1, -1\};$
৪. ক. $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 4\};$	গ. $\frac{1}{3}(1 - x^2)$