

## মূল বইয়ের অতিরিক্ত অংশ

### দ্বিতীয় অধ্যায়: বীজগাণিতিক রাশি



পরীক্ষায় কমন পেতে আরও প্রশ্ন ও সমাধান

- প্রশ্ন ১** চলক  $x$  এর তিনটি বহুপদী  $P(x) = 18x^3 + 15x^2 - x + k$ ,  
 $N(x) = x^2 - 4x - 7$  এবং  $D(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$  [ন.প্র.স.বো.]  
 ক.  $D(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২  
 খ.  $P(x)$  এর একটি উৎপাদক  $(3x+2)$  হলে,  $k$  এর মান নির্ণয় করো। ৪  
 গ.  $\frac{N(x)}{D(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

#### ১ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক**  $x = -1$  বসালে  $D(-1) = 0$  হয়।  
 অতএব  $(x+1)$ ,  $D(x)$  এর একটি উৎপাদক।  
 $\therefore D(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$   
 $= x^3 + x^2 - 2x^2 - 2x - 8x - 8$   
 $= x^2(x+1) - 2x(x+1) - 8(x+1)$   
 $= (x+1)(x^2 - 2x - 8)$   
 $= (x+1)(x^2 - 4x + 2x - 8)$   
 $= (x+1)\{x(x-4) + 2(x-4)\}$   
 $= (x+1)(x+2)(x-4)$  (Ans.)

- খ** দেওয়া আছে,  $P(x) = 18x^3 + 15x^2 - x + k$   
 যেহেতু  $(3x+2)$  বা,  $3\left(x + \frac{2}{3}\right)$  বা,  $3\left\{x - \left(-\frac{2}{3}\right)\right\}$ ,  $P(x)$  এর  
 একটি উৎপাদক; সেহেতু উৎপাদক উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য  
 অনুসারে,  $P\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$   
 এখানে,  $P\left(-\frac{2}{3}\right) = 18\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + 15\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{2}{3}\right) + k$   
 $= -18 \cdot \frac{8}{27} + 15 \cdot \frac{4}{9} + \frac{2}{3} + k$   
 $= -\frac{16}{3} + \frac{20}{3} + \frac{2}{3} + k$   
 $= \frac{-16 + 20 + 2 + 3k}{3} = \frac{6 + 3k}{3}$

শর্তানুসারে,  $P\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$

বা,  $\frac{6 + 3k}{3} = 0$  বা,  $6 + 3k = 0$

$\therefore k = -2$  (Ans.)

- গ** দেওয়া আছে,  $N(x) = x^2 - 4x - 7$   
 “ক” থেকে পাই,  
 $D(x) = (x+1)(x+2)(x-4)$   
 $\therefore \frac{N(x)}{D(x)} = \frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x+2)(x-4)}$   
 $\therefore \frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x+2)(x-4)}$  একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ।  
 মনে করি,  $\frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x+2)(x-4)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-4}$  .... (i)  
 (i) এর উভয় পক্ষকে  $(x+1)(x+2)(x-4)$  দ্বারা গুণ করে পাই,  
 $x^2 - 4x - 7 = A(x+2)(x-4) + B(x+1)(x-4) + C(x+1)(x+2)$  ..... (ii)  
 (ii) এর উভয় পক্ষ  $x$  এর সকল মানের জন্য সত্য।

- (ii) এর উভয় পক্ষে  $x = -1$  বসিয়ে পাই,  
 $1 + 4 - 7 = A(-1+2)(-1-4)$   
 $\Rightarrow -2 = A(-5) \Rightarrow A = \frac{2}{5}$   
 (ii) এর উভয় পক্ষে  $x = -2$  বসিয়ে পাই,  
 $4 + 8 - 7 = B(-2+1)(-2-4)$   
 $\Rightarrow 5 = B(-1)(-6) \Rightarrow B = \frac{5}{6}$   
 (ii) এর উভয় পক্ষে  $x = 4$  বসিয়ে পাই,  
 $16 - 16 - 7 = C(4+1)(4+2)$   
 $\Rightarrow -7 = C(5)(6) \Rightarrow C = -\frac{7}{30}$

এখন  $A, B, C$  এর মান (i) সমীকরণে বসিয়ে,  
 $\frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x+2)(x-4)} = \frac{2}{5(x+1)} + \frac{5}{6(x+2)} - \frac{7}{30(x-4)}$   
 এটিই প্রদত্ত ভগ্নাংশের আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ।

- প্রশ্ন ২** শিক্ষক ছাত্রদের  $F(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$  লিখতে বলল  
 কিন্তু ভুল করে জামাল  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$  এবং দীদার  $P(x) = x^2 + 2x - 3$  লিখল। [ন.প্র.স.বো.]  
 ক.  $f(x)$  কে  $x+1$  দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ নির্ণয় করো। ২  
 খ.  $F(x)$  বহুপদীকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ৪  
 গ. জামালের লেখাকে লব এবং দীদারের লেখাকে হর ধরে রাশিকে  
 আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

#### ২ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** এখানে,  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$   
 অতএব,  $x+1$ 

$x^3 + 2x^2 - 1$	$x^2 + x - 1$
$x^3 + x^2$	$x^2 - 1$
	$x^2 + x$
	$-x - 1$
	$-x - 1$
	$0$

$\therefore x+1$  দ্বারা  $f(x)$  কে ভাগ করলে ভাগশেষ 0.

- খ**  $F(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$   
 বহুপদীটির মূখ্য সহগ 1 এবং ধ্রুব পদ  $-8$   
 ধ্রুব পদের উৎপাদক সমূহের সেট =  $\{1, -1, 2, -2, 4, -4, 8, -8\}$   
 $F(1) = 1^3 - 1^2 - 10 \cdot 1 - 8 = -18 \neq 0$   
 $F(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8$   
 $= -1 - 1 + 10 - 8 = 0$   
 $\therefore \{x - (-1)\}$  অর্থাৎ  $(x+1)$ ,  $F(x)$  এর একটি উৎপাদক।  
 এখন,  $x^3 - x^2 - 10x - 8$   
 $= x^3 + x^2 - 2x^2 - 2x - 8x - 8$   
 $= x^2(x+1) - 2x(x+1) - 8(x+1)$   
 $= (x+1)(x^2 - 2x - 8)$   
 $= (x+1)(x^2 - 4x + 2x - 8)$   
 $= (x+1)(x-4)(x+2)$   
 $\therefore$  বহুপদী  $F(x)$  এর উৎপাদক  $(x+1)(x+2)(x-4)$ .  
**গ** উদ্দীপক অনুসারে রাশিটি:  $\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$

এখন,  $\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3} = x + \frac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)}$

এখানে,  $\frac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)}$  একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ।

ধরি,  $\frac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 1} \dots \dots (1)$

সমীকরণ (1) এর উভয়পক্ষকে  $(x + 3)(x - 1)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$3x - 1 = A(x - 1) + B(x + 3) \dots \dots (2)$$

সমীকরণ (2) এর উভয়পক্ষকে  $x = 1$  বসিয়ে পাই,

$$3 \cdot 1 - 1 = A(1 - 1) + B(1 + 3)$$

$$\text{বা, } 3 - 1 = A \times 0 + B \cdot 4$$

$$\text{বা, } 2 = 4B$$

$$\therefore B = \frac{1}{2}$$

আবার, সমীকরণ (2) এর উভয়পক্ষকে  $x = -3$  বসিয়ে পাই,

$$3(-3) - 1 = A(-3 - 1) + B(-3 + 3)$$

$$\text{বা, } -9 - 1 = A(-4) + B \times 0$$

$$\text{বা, } -10 = -4A$$

$$\therefore A = \frac{5}{2}$$

A ও B এর মান সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{\frac{5}{2}}{x + 3} + \frac{\frac{1}{2}}{x - 1}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ, } \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$$

$$= x + \frac{\frac{1}{2}}{x - 1} + \frac{\frac{5}{2}}{x + 3}$$

$$= x + \frac{1}{2(x - 1)} + \frac{5}{2(x + 3)} \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন ৩** x, y, z এর একটি বহুপদী হলো:

$$F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \quad [\text{নি. প্র. সি. বো.}]$$

ক.  $F(p, q, r)$  নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এটি একটি চক্রমিক প্রতিসম রাশি।

২

খ. উদ্দিপকের আলোকে দেখাও যে,

$$F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a + b + c) \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}. \quad 8$$

গ. যদি,  $a = y + z - x$ ,  $b = x + z - y$ ,  $c = x + y - z$  হয় তবে দেখাও যে,  $F(a, b, c) = 4F(x, y, z)$ ।

8

**৩ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** দেওয়া আছে,  $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

$$\therefore F(p, q, r) = p^3 + q^3 + r^3 - 3pqr$$

$$\text{এখন } F(q, r, p) = q^3 + r^3 + p^3 - 3qrp$$

$$= p^3 + q^3 + r^3 - 3pqr$$

$$\text{এবং } F(q, p, r) = q^3 + p^3 + r^3 - 3qpr$$

$$= p^3 + q^3 + r^3 - 3pqr$$

$$\therefore F(p, q, r) = F(q, r, p) = F(q, p, r)$$

অর্থাৎ  $F(p, q, r)$  একটি চক্রমিক প্রতিসম রাশি। (দেখানো হলো)

**খ** 'ক' হতে পাই,  $F(a, b, c) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$$= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3 - 3abc$$

$$= (a + b)^3 + c^3 - 3ab(a + b + c)$$

$$= (a + b + c) \{(a + b)^2 - (a + b)c + c^2\} - 3ab(a + b + c)$$

$$= (a + b + c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2) - 3ab(a + b + c)$$

$$= (a + b + c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2 - 3ab)$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$= \frac{1}{2}(a + b + c)(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$$

$$= \frac{1}{2}(a + b + c)(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2)$$

$$= \frac{1}{2}(a + b + c) \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$$

$$\therefore F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a + b + c) \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} \text{ (দেখানো হলো)}$$

**গ** 'খ' হতে পাই,

$$F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a + b + c) \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$$

দেওয়া আছে,  $a = y + z - x$ ,  $b = z + x - y$ ,  $c = x + y - z$

$$\therefore a + b + c = y + z - x + z + x - y + x + y - z = x + y + z$$

$$\text{এখন, } (a - b)^2 = (y + z - x - z - x + y)^2$$

$$= (2y - 2x)^2$$

$$= \{-2(x - y)\}^2$$

$$= 4(x - y)^2$$

$$(b - c)^2 = (z + x - y - x - y + z)^2$$

$$= (2z - 2y)^2$$

$$= \{-2(y - z)\}^2$$

$$= 4(y - z)^2$$

$$\text{এবং } (c - a)^2 = (x + y - z - y - z + x)^2$$

$$= (2x - 2z)^2$$

$$= \{-2(z - x)\}^2$$

$$= 4(z - x)^2$$

$$\therefore F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a + b + c) \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$$

$$= \frac{1}{2}(x + y + z) \{4(x - y)^2 + 4(y - z)^2 + 4(z - x)^2\}$$

$$= 4 \times \frac{1}{2}(x + y + z) \{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\}$$

$$= 4(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$$

$$= 4F(x, y, z)$$

$$\text{অর্থাৎ, } F(a, b, c) = 4F(x, y, z) \text{ (দেখানো হলো)}$$

**প্রশ্ন ৪**  $f(x) = x^3 - 7x - 6$  ও  $g(x) = 2x^2 + x - a$  দুইটি বহুপদী।

[নি. প্র. ব. বো.]

ক.  $f(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।

২

খ.  $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  হলে,  $f(x)$  ও  $g(x)$  বহুপদীদ্বয়ের সাধারণ উৎপাদকটি

নির্ণয় করো।

8

গ.  $\frac{g(x)}{f(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।

8

**৪ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** দেয়া আছে,  $f(x) = x^3 - 7x - 6$

$$\therefore f(-1) = (-1)^3 - 7(-1) - 6$$

$$= -1 + 7 - 6$$

$$= 7 - 7 = 0$$

$$\therefore x - (-1) \text{ বা } (x + 1), f(x) \text{ এর একটি উৎপাদক।}$$

$$\text{এখন, } x^3 - 7x - 6 = x^3 + x^2 - x^2 - x - 6x - 6$$

$$= x^2(x + 1) - x(x + 1) - 6(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x^2 - x - 6)$$

$$\begin{aligned}
 &= (x+1)(x^2-3x+2x-6) \\
 &= (x+1)\{x(x-3)+2(x-3)\} \\
 &= (x+1)(x-3)(x+2) \\
 &= (x-3)(x+1)(x+2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

■ এখানে,  $g(x) = 2x^2 + x - a$  এবং  $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

$$\therefore g\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - a$$

$$\text{বা, } 0 = 2 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - a$$

$$\text{বা, } 0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - a$$

$$\text{বা, } 0 = 1 - a$$

$$\therefore a = 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{অতএব, } g(x) &= 2x^2 + x - 1 = 2x^2 + 2x - x - 1 \\
 &= 2x(x+1) - 1(x+1) = (x+1)(2x-1)
 \end{aligned}$$

‘ক’ থেকে পাই,  $f(x) = (x-3)(x+1)(x+2)$

অতএব, দেখা যাচ্ছে যে,  $f(x)$  ও  $g(x)$  বহুপদীয়দ্বয়ের একটি সাধারণ উৎপাদক হল  $(x+1)$  (Ans.)

■ গ  $\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{2x^2+x-1}{x^3-7x-6} = \frac{(x+1)(2x-1)}{(x-3)(x+1)(x+2)} = \frac{2x-1}{(x+2)(x-3)}$  কে

আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হবে।

$$\text{মনে করি, } \frac{2x-1}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} \dots\dots\dots (i)$$

(i) কে  $(x+2)(x-3)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$2x-1 \equiv A(x-3) + B(x+2) \dots\dots\dots (ii)$$

যা  $x$  এর সকল মানের জন্য সত্য।

(ii) এর উভয়পক্ষে  $x = -2$  বসিয়ে পাই,

$$2(-2)-1 = A(-2-3) + B(-2+2)$$

$$\text{বা, } -4-1 = A(-5) + B \cdot 0$$

$$\text{বা, } -5 = -5A$$

$$\therefore A = 1$$

আবার (ii) এর উভয়পক্ষে  $x = 3$  বসিয়ে পাই

$$2 \times 3 - 1 = A(3-3) + B(3+2)$$

$$\text{বা, } 6-1 = A \cdot 0 + B \times 5$$

$$\text{বা, } 5 = 5B$$

$$\therefore B = 1$$

$$\therefore \frac{2x-1}{(x+2)(x-3)} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-3}$$

অতএব,  $\frac{g(x)}{f(x)}$  এর আংশিক ভগ্নাংশ হলো  $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-3}$

■ প্রশ্ন ৫  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$  এবং  $P(x) = x^2 + x - 12$  ◀ অনু. ১.২ ও ২ এর সমন্বয়ে

ক.  $f(x)$  দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় করো। ২

খ.  $f^{-1}(-1)$  নির্ণয় করো। ৪

গ. যদি  $P(x)$  কে  $2x-a$  এবং  $2x-b$  দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকে তবে দেখাও যে,  $a+b+2=0$  যেখানে  $a \neq b$ । ৪

**৫ নং প্রশ্নের সমাধান**

■ ক প্রদত্ত ফাংশন,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$

ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হবে যদি  $3x-1 \leq 0$

$$\text{বা, } 3x-1+1 \leq 0+1 \quad [1 \text{ যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } 3x \leq 1 \therefore x \leq \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{ডোম, } F = \left\{ x : x \in \mathbb{R}, x \leq \frac{1}{3} \right\} \text{ (Ans.)}$$

■ খ মনে করি,  $f^{-1}(x) = a$

$$\text{বা, } x = f(a) \text{ বা, } x = \frac{1}{\sqrt{3a-1}}$$

$$\text{বা, } x\sqrt{3a-1} = 1 \text{ বা, } x^2(3a-1) = 1$$

$$\text{বা, } 3a-1 = \frac{1}{x^2} \text{ বা, } 3a = \frac{1}{x^2} + 1$$

$$\text{বা, } 3a = \frac{1+x^2}{x^2} \text{ বা, } a = \frac{1+x^2}{3x^2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1+x^2}{3x^2}$$

$$\text{এখন, } f^{-1}(-1) = \frac{1+(-1)^2}{3(-1)^2} = \frac{1+1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore f^{-1}(-1) = \frac{2}{3} \text{ (Ans.)}$$

■ গ দেওয়া আছে,  $P(x) = x^2 + x - 12$

$P(x)$  কে  $(2x-a)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে  $P\left(\frac{a}{2}\right)$

$$\therefore P\left(\frac{a}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a}{2} - 12$$

আবার,  $P(x)$  কে  $(2x-b)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে  $P\left(\frac{b}{2}\right)$ ।

$$\therefore P\left(\frac{b}{2}\right) = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{b}{2} - 12$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a}{2} - 12 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{b}{2} - 12$$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{4} + \frac{a}{2} - 12 = \frac{b^2}{4} + \frac{b}{2} - 12$$

$$\text{বা, } a^2 + 2a - 48 = b^2 + 2b - 48$$

$$\text{বা, } a^2 + 2a - 48 - b^2 - 2b + 48 = 0$$

$$\text{বা, } a^2 - b^2 + 2a - 2b = 0$$

$$\text{বা, } (a+b)(a-b) + 2(a-b) = 0$$

$$\text{বা, } (a+b+2)(a-b) = 0$$

যেহেতু  $a \neq b$

$$\therefore a+b+2=0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

■ প্রশ্ন ৬ (i)  $F(x) = \frac{1}{3x-\frac{1}{2}}$  (ii)  $G(x) = \frac{x^3}{1-x^3}$  ◀ অনু. ১.২ ও ২ এর সমন্বয়ে

ক.  $F(x)$  ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ করো। ২

খ.  $F\left(\frac{1}{x-2}\right) = 0$  হলে,  $x$  নির্ণয় করো এবং  $F(x)$  এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করো। ৪

গ.  $G(x)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

**৬ নং প্রশ্নের সমাধান**

■ ক দেওয়া আছে,  $F(x) = \frac{1}{3x-\frac{1}{2}}$  বা,  $F(x) = \frac{2}{6x-1}$

ফাংশনটি এক-এক হবে যদি  $F(a) = F(b)$  এর জন্য  $a = b$  হয়,

যেখানে,  $a, b \in \text{ডোম } F$

$$\therefore F(a) = F(b)$$

$$\text{বা, } \frac{2}{6a-1} = \frac{2}{6b-1} \text{ বা, } 6a-1 = 6b-1$$

$$\text{বা, } 6a = 6b \therefore a = b$$

সুতরাং  $F(x)$  একটি এক-এক ফাংশন। (Ans.)

**খ** দেওয়া আছে,  $F(x) = \frac{1}{3x - \frac{1}{2}}$

$$\text{বা, } F(x) = \frac{2}{6x - 1}$$

$$\therefore F\left(\frac{1}{x-2}\right) = \frac{2}{6 \cdot \frac{1}{x-2} - 1}$$

$$\text{বা, } 0 = \frac{2}{6-x+2} \text{ বা, } 0 = \frac{2(x-2)}{8-x} \text{ বা, } 2x-4=0$$

$$\text{বা, } 2x=4 \therefore x=2 \text{ (Ans.)}$$

বিপরীত ফাংশন নির্ণয় :

$$\text{ধরি, } F^{-1}(x) = a$$

$$\therefore x = F(a)$$

$$\text{বা, } x = \frac{2}{6a-1} \text{ বা, } 6ax - x = 2 \text{ বা, } 6ax = x + 2$$

$$\text{বা, } a = \frac{x+2}{6x} \therefore F^{-1}(x) = \frac{x+2}{6x} \text{ (Ans.)}$$

**গ** দেওয়া আছে,  $G(x) = \frac{x^3}{1-x^3} = \frac{-(1-x^3)+1}{1-x^3} = -1 + \frac{1}{1-x^3}$

$$\text{ধরি, } \frac{1}{1-x^3} = \frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)} \equiv \frac{A}{1-x} + \frac{Bx+C}{1+x+x^2} \dots \dots \dots (i)$$

(i) এর উভয় পক্ষকে  $(1-x)(1+x+x^2)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$1 \equiv A(1+x+x^2) + (Bx+C)(1-x) \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) এ  $x=1$  বসাইয়া পাই,  $1 = A(1+1+1)$

$$\text{বা, } 3A = 1$$

$$\therefore A = \frac{1}{3}$$

(ii) এ  $x^2, x$  এর সহগ সমীকৃত করিয়া পাই,

$$A - B = 0$$

$$A + B - C = 0$$

$$A - B = 0 \text{ তে } A = \frac{1}{3} \text{ বসাই, } B = \frac{1}{3}$$

$$A + B - C = 0 \text{ তে, } A = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3} \text{ বসাই,}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} - C = 0 \text{ বা, } \frac{2}{3} = C \therefore C = \frac{2}{3}$$

$A, B$  ও  $C$  এর মান (i) এ বসাইয়া পাই,

$$\frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)} = \frac{\frac{1}{3}}{1-x} + \frac{\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}{1+x+x^2}$$

$$= \frac{1}{3(1-x)} + \frac{\frac{x+2}{3}}{1+x+x^2}$$

$$= \frac{1}{3(1-x)} + \frac{x+2}{3(1+x+x^2)}$$

$$\therefore \frac{x^3}{1-x^3} = -1 + \frac{1}{3(1-x)} + \frac{x+2}{3(1+x+x^2)} \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন ৭** (i)  $F(x) = \frac{1}{3x - \frac{1}{2}}$  (ii)  $G(x) = \frac{x^3}{1-x^3}$  ◀ *উদ্. ১, ২ ও ২ এর সমন্বয়ে*

ক.  $F(x)$  ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ করো। ২

খ.  $F\left(\frac{1}{x-2}\right) = 0$  হলে,  $x$  নির্ণয় করো এবং  $F(x)$  এর বিপরীত ফাংশন নির্ণয় করো। ৪

গ.  $G(x)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

#### ৭ নং প্রশ্নের সমাধান

**ক** দেওয়া আছে,  $F(x) = \frac{1}{3x - \frac{1}{2}}$  বা,  $F(x) = \frac{2}{6x - 1}$

ফাংশনটি এক-এক হবে যদি  $F(a) = F(b)$  এর জন্য  $a = b$  হয়, যেখানে,  $a, b \in \text{ডোম } F$

$$\therefore F(a) = F(b)$$

$$\text{বা, } \frac{2}{6a-1} = \frac{2}{6b-1} \text{ বা, } 6a-1 = 6b-1$$

$$\text{বা, } 6a = 6b \therefore a = b$$

সুতরাং  $F(x)$  একটি এক-এক ফাংশন। (Ans.)

**খ** দেওয়া আছে,  $F(x) = \frac{1}{3x - \frac{1}{2}}$

$$\text{বা, } F(x) = \frac{2}{6x - 1}$$

$$\therefore F\left(\frac{1}{x-2}\right) = \frac{2}{6 \cdot \frac{1}{x-2} - 1}$$

$$\text{বা, } 0 = \frac{2}{6-x+2} \text{ বা, } 0 = \frac{2(x-2)}{8-x} \text{ বা, } 2x-4=0$$

$$\text{বা, } 2x=4 \therefore x=2 \text{ (Ans.)}$$

বিপরীত ফাংশন নির্ণয় :

$$\text{ধরি, } F^{-1}(x) = a$$

$$\therefore x = F(a)$$

$$\text{বা, } x = \frac{2}{6a-1} \text{ বা, } 6ax - x = 2 \text{ বা, } 6ax = x + 2$$

$$\text{বা, } a = \frac{x+2}{6x} \therefore F^{-1}(x) = \frac{x+2}{6x} \text{ (Ans.)}$$

**গ** দেওয়া আছে,  $G(x) = \frac{x^3}{1-x^3} = \frac{-(1-x^3)+1}{1-x^3} = -1 + \frac{1}{1-x^3}$

$$\text{ধরি, } \frac{1}{1-x^3} = \frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)}$$

$$\text{ধরি, } \frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)} \equiv \frac{A}{1-x} + \frac{Bx+C}{1+x+x^2} \dots \dots \dots (i)$$

(i) এর উভয় পক্ষকে  $(1-x)(1+x+x^2)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$1 \equiv A(1+x+x^2) + (Bx+C)(1-x) \dots \dots \dots (ii)$$

(ii) এ  $x=1$  বসাইয়া পাই,  $1 = A(1+1+1)$

$$\text{বা, } 3A = 1$$

$$\therefore A = \frac{1}{3}$$

(ii) এ  $x^2, x$  এর সহগ সমীকৃত করিয়া পাই,

$$A - B = 0$$

$$A + B - C = 0$$

$$A - B = 0 \text{ তে } A = \frac{1}{3} \text{ বসাই, } B = \frac{1}{3}$$

$A + B - C = 0$  তে,  $A = \frac{1}{3}$ ,  $B = \frac{1}{3}$  বসাই,

$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} - C = 0$  বা,  $\frac{2}{3} = C \therefore C = \frac{2}{3}$

A, B ও C এর মান (i) এ বসাইয়া পাই,

$$\frac{1}{(1-x)(1+x+x^2)} = \frac{\frac{1}{3}}{1-x} + \frac{\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}{1+x+x^2}$$

$$= \frac{1}{3(1-x)} + \frac{x+2}{1+x+x^2}$$

$$= \frac{1}{3(1-x)} + \frac{x+2}{3(1+x+x^2)}$$

$\therefore \frac{x^3}{1-x^3} = -1 + \frac{1}{3(1-x)} + \frac{x+2}{3(1+x+x^2)}$  (Ans.)

**প্রশ্ন ▶ c** শিক্ষক ছাত্রদের  $F(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$  লিখতে বলল কিন্তু ভুল করে জামাল  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$  এবং দীদার  $P(x) = x^2 + 2x - 3$  লিখল।

[ন. প্র. কু. বো.]

- ক.  $f(x)$  কে  $x + 1$  দ্বারা ভাগ করে ভাগশেষ নির্ণয় করো। ২
- খ.  $F(x)$  বহুপদীকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ৪
- গ. জামালের লেখাকে লব এবং দীদারের লেখাকে হর ধরে রাশিকে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

**c নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** এখানে,  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 1$   
 অতএব,  $x + 1 \begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - 1 \\ x^3 + x^2 \\ \hline x^2 - 1 \\ x^2 + x \\ \hline -x - 1 \\ -x - 1 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{l} x^2 + x - 1 \\ \\ \\ \end{array}$

$\therefore x + 1$  দ্বারা  $f(x)$  কে ভাগ করলে ভাগশেষ 0.

**খ**  $F(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$   
 বহুপদীটির মূখ্য সহগ 1 এবং ধ্রুব পদ -8  
 ধ্রুব পদের উৎপাদক সমূহের সেট = {1, -1, 2, -2, 4, -4, 8, -8}  
 $F(1) = 1^3 - 1^2 - 10 \cdot 1 - 8 = -18 \neq 0$   
 $F(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8 = -1 - 1 + 10 - 8 = 0$

$\therefore \{x - (-1)\}$  অর্থাৎ  $(x + 1)$ ,  $F(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - x^2 - 10x - 8$   
 $= x^3 + x^2 - 2x^2 - 2x - 8x - 8$   
 $= x^2(x + 1) - 2x(x + 1) - 8(x + 1)$   
 $= (x + 1)(x^2 - 2x - 8)$   
 $= (x + 1)(x^2 - 4x + 2x - 8)$   
 $= (x + 1)(x - 4)(x + 2)$

$\therefore$  বহুপদী  $F(x)$  এর উৎপাদক  $(x + 1)(x + 2)(x - 4)$ .

**গ** উদ্দীপক অনুসারে রাশিটি:  $\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$

এখন,  $\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3} = x + \frac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)}$

এখানে,  $\frac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)}$  একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ।

ধরি,  $\frac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 1} \dots \dots (1)$

সমীকরণ (1) এর উভয়পক্ষকে  $(x + 3)(x - 1)$  দ্বারা গুণ করে পাই,  
 $3x - 1 = A(x - 1) + B(x + 3) \dots \dots (2)$

সমীকরণ (2) এর উভয়পক্ষকে  $x = 1$  বসিয়ে পাই,  
 $3 \cdot 1 - 1 = A(1 - 1) + B(1 + 3)$

বা,  $3 - 1 = A \cdot 0 + B \cdot 4$

বা,  $2 = 4B$

$\therefore B = \frac{1}{2}$

আবার, সমীকরণ (2) এর উভয়পক্ষকে  $x = -3$  বসিয়ে পাই,  
 $3(-3) - 1 = A(-3 - 1) + B(-3 + 3)$

বা,  $-9 - 1 = A(-4) + B \cdot 0$

বা,  $-10 = -4A$

$\therefore A = \frac{5}{4}$

A ও B এর মান সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{\frac{5}{4}}{x + 3} + \frac{\frac{1}{2}}{x - 1}$$

$\therefore$  নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ,  $\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$

$$= x + \frac{\frac{1}{2}}{x - 1} + \frac{\frac{5}{2}}{x + 3}$$

$$= x + \frac{1}{2(x - 1)} + \frac{5}{2(x + 3)} \text{ (Ans.)}$$

**প্রশ্ন ▶ ৯** x, y, z এর একটি বহুপদী হলো:

$F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$  [ন. প্র. সি. বো.]

ক.  $F(p, q, r)$  নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এটি একটি চক্রক্রমিক প্রতিসম রাশি। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে,  
 $F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a + b + c) \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}$ . ৪

গ. যদি,  $a = y + z - x$ ,  $b = x + z - y$ ,  $c = x + y - z$  হয় তবে  
 দেখাও যে,  $F(a, b, c) = 4 \cdot F(x, y, z)$ । ৪

**৯ নং প্রশ্নের সমাধান**

**ক** দেওয়া আছে,  $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

$\therefore F(p, q, r) = p^3 + q^3 + r^3 - 3pqr$

এখন  $F(q, r, p) = q^3 + r^3 + p^3 - 3qrp$   
 $= p^3 + q^3 + r^3 - 3pqr$

এবং  $F(q, p, r) = q^3 + p^3 + r^3 - 3qpr$   
 $= p^3 + q^3 + r^3 - 3pqr$

$\therefore F(p, q, r) = F(q, r, p) = F(q, p, r)$

অর্থাৎ  $F(p, q, r)$  একটি চক্রক্রমিক প্রতিসম রাশি। (দেখানো হলো)

**খ** 'ক' হতে পাই,  $F(a, b, c) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3 - 3abc$

$= (a + b)^3 + c^3 - 3ab(a + b + c)$

$= (a + b + c) \{(a + b)^2 - (a + b)c + c^2\} - 3ab(a + b + c)$

$= (a + b + c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2) - 3ab(a + b + c)$

$= (a + b + c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2 - 3ab)$

$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

$= \frac{1}{2}(a + b + c)(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca)$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c)(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)$$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

$$\therefore F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ 'খ' হতে পাই,

$$F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

দেওয়া আছে,  $a = y + z - x$ ,  $b = z + x - y$ ,  $c = x + y - z$

$$\therefore a+b+c = y+z-x+z+x-y+x+y-z = x+y+z$$

$$\text{এখন, } (a-b)^2 = (y+z-x-z-x+y)^2$$

$$= (2y-2x)^2$$

$$= \{-2(x-y)\}^2$$

$$= 4(x-y)^2$$

$$(b-c)^2 = (z+x-y-x-y+z)^2$$

$$= (2z-2y)^2$$

$$= \{-2(y-z)\}^2$$

$$= 4(y-z)^2$$

$$\text{এবং } (c-a)^2 = (x+y-z-y-z+x)^2$$

$$= (2x-2z)^2$$

$$= \{-2(z-x)\}^2$$

$$= 4(z-x)^2$$

$$\therefore F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

$$= \frac{1}{2}(x+y+z)\{4(x-y)^2+4(y-z)^2+4(z-x)^2\}$$

$$= 4 \times \frac{1}{2}(x+y+z)\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}$$

$$= 4(x^3+y^3+z^3-3xyz)$$

$$= 4F(x, y, z)$$

অর্থাৎ,  $F(a, b, c) = 4F(x, y, z)$  (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১০ চলক  $x$  এর তিনটি বহুপদী  $P(x) = 18x^3 + 15x^2 - x + k$ ,

$$N(x) = x^2 - 4x - 7 \text{ এবং } D(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8 \quad [ন.প্র.চ.বো.]$$

ক.  $D(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ.  $P(x)$  এর একটি উৎপাদক  $(3x+2)$  হলে,  $k$  এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ.  $\frac{N(x)}{D(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

#### ১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক  $x = -1$  বসালে  $D(-1) = 0$  হয়।

অতএব  $(x+1)$ ,  $D(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\therefore D(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$$

$$= x^3 + x^2 - 2x^2 - 2x - 8x - 8$$

$$= x^2(x+1) - 2x(x+1) - 8(x+1)$$

$$= (x+1)(x^2 - 2x - 8)$$

$$= (x+1)(x^2 - 4x + 2x - 8)$$

$$= (x+1)\{x(x-4) + 2(x-4)\}$$

$$= (x+1)(x+2)(x-4) \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে,  $P(x) = 18x^3 + 15x^2 - x + k$

$$\text{যেহেতু } (3x+2) \text{ বা, } 3\left(x + \frac{2}{3}\right) \text{ বা, } 3\left\{x - \left(-\frac{2}{3}\right)\right\}, P(x) \text{ এর}$$

একটি উৎপাদক; সেহেতু উৎপাদক উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য

$$\text{অনুসারে, } P\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\text{এখানে, } P\left(-\frac{2}{3}\right) = 18\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + 15\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{2}{3}\right) + k$$

$$= -18 \cdot \frac{8}{27} + 15 \cdot \frac{4}{9} + \frac{2}{3} + k$$

$$= -\frac{16}{3} + \frac{20}{3} + \frac{2}{3} + k$$

$$= \frac{-16+20+2+3k}{3} = \frac{6+3k}{3}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } P\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\text{বা, } \frac{6+3k}{3} = 0 \text{ বা, } 6+3k = 0$$

$$\therefore k = -2 \text{ (Ans.)}$$

গ দেওয়া আছে,  $N(x) = x^2 - 4x - 7$

“ক” থেকে পাই,

$$D(x) = (x+1)(x+2)(x-4)$$

$$\therefore \frac{N(x)}{D(x)} = \frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x+2)(x-4)}$$

$$\therefore \frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x+2)(x-4)} \text{ একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ।}$$

$$\text{মনে করি, } \frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x+2)(x-4)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-4} \dots (i)$$

(i) এর উভয় পক্ষকে  $(x+1)(x+2)(x-4)$  দ্বারা গুণ করে পাই,  
 $x^2 - 4x - 7 = A(x+2)(x-4) + B(x+1)(x-4) + C(x+1)(x+2)$

..... (ii)

(ii) এর উভয় পক্ষ  $x$  এর সকল মানের জন্য সত্য।

(ii) এর উভয় পক্ষে  $x = -1$  বসিয়ে পাই,

$$1 + 4 - 7 = A(-1+2)(-1-4)$$

$$\Rightarrow -2 = A(-5) \Rightarrow A = \frac{2}{5}$$

(ii) এর উভয় পক্ষে  $x = -2$  বসিয়ে পাই,

$$4 + 8 - 7 = B(-2+1)(-2-4)$$

$$\Rightarrow 5 = B(-1)(-6) \Rightarrow B = \frac{5}{6}$$

(ii) এর উভয় পক্ষে  $x = 4$  বসিয়ে পাই,

$$16 - 16 - 7 = C(4+1)(4+2)$$

$$\Rightarrow -7 = C(5)(6) \Rightarrow C = -\frac{7}{30}$$

এখন  $A, B, C$  এর মান (i) সমীকরণে বসিয়ে,

$$\frac{x^2 - 4x - 7}{(x+1)(x+2)(x-4)} = \frac{2}{5(x+1)} + \frac{5}{6(x+2)} - \frac{7}{30(x-4)}$$

এটিই প্রদত্ত ভগ্নাংশের আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ।

প্রশ্ন ১১  $f(x) = x^3 - 7x - 6$  ও  $g(x) = 2x^2 + x - a$  দুইটি বহুপদী।

[ন.প্র.ব.বো.]

ক.  $f(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ.  $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  হলে,  $f(x)$  ও  $g(x)$  বহুপদীদ্বয়ের সাধারণ উৎপাদকটি

নির্ণয় করো। ৪

গ.  $\frac{g(x)}{f(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

#### ১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেয়া আছে,  $f(x) = x^3 - 7x - 6$

$$\therefore f(-1) = (-1)^3 - 7(-1) - 6$$

$$= -1 + 7 - 6$$

$$= 7 - 7 = 0$$

∴  $x - (-1)$  বা  $(x + 1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - 7x - 6 = x^3 + x^2 - x^2 - x - 6x - 6$

$$= x^2(x + 1) - x(x + 1) - 6(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x^2 - x - 6)$$

$$= (x + 1)(x^2 - 3x + 2x - 6)$$

$$= (x + 1)\{x(x - 3) + 2(x - 3)\}$$

$$= (x + 1)(x - 3)(x + 2)$$

$$= (x - 3)(x + 1)(x + 2) \text{ (Ans.)}$$

খ এখানে,  $g(x) = 2x^2 + x - a$  এবং  $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

$$\therefore g\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - a$$

বা,  $0 = 2 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - a$

বা,  $0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - a$

বা,  $0 = 1 - a$

∴  $a = 1$

অতএব,  $g(x) = 2x^2 + x - 1 = 2x^2 + 2x - x - 1$

$$= 2x(x + 1) - 1(x + 1) = (x + 1)(2x - 1)$$

'ক' থেকে পাই,  $f(x) = (x - 3)(x + 1)(x + 2)$

অতএব, দেখা যাচ্ছে যে,  $f(x)$  ও  $g(x)$  বহুপদীয় দ্বয়ের একটি সাধারণ উৎপাদক হল  $(x + 1)$  (Ans.)

গ  $\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{2x^2 + x - 1}{x^3 - 7x - 6} = \frac{(x + 1)(2x - 1)}{(x - 3)(x + 1)(x + 2)} = \frac{2x - 1}{(x + 2)(x - 3)}$  কে

আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হবে।

মনে করি,  $\frac{2x - 1}{(x + 2)(x - 3)} = \frac{A}{x + 2} + \frac{B}{x - 3}$  ..... (i)

(i) কে  $(x + 2)(x - 3)$  দ্বারা গুণ করে পাই,

$$2x - 1 = A(x - 3) + B(x + 2) \text{ ..... (ii)}$$

যা  $x$  এর সকল মানের জন্য সত্য।

(ii) এর উভয়পক্ষে  $x = -2$  বসিয়ে পাই,

$$2(-2) - 1 = A(-2 - 3) + B(-2 + 2)$$

বা,  $-4 - 1 = A(-5) + B \cdot 0$

বা,  $-5 = -5A$

∴  $A = 1$

আবার (ii) এর উভয়পক্ষে  $x = 3$  বসিয়ে পাই

$$2 \times 3 - 1 = A(3 - 3) + B(3 + 2)$$

বা,  $6 - 1 = A \cdot 0 + B \times 5$

বা,  $5 = 5B$

∴  $B = 1$

$$\therefore \frac{2x - 1}{(x + 2)(x - 3)} = \frac{1}{x + 2} + \frac{1}{x - 3}$$

অতএব,  $\frac{g(x)}{f(x)}$  এর আংশিক ভগ্নাংশ হলো  $\frac{1}{x + 2} + \frac{1}{x - 3}$

প্রশ্ন ১২  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - 1}}$  এবং  $P(x) = x^2 + x - 12$  ◀ জন্ম ১.২ ও ২ এর সমন্বয়ে

ক.  $f(x)$  দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় করো। ২

খ.  $f^{-1}(-1)$  নির্ণয় করো। ৪

গ. যদি  $P(x)$  কে  $2x - a$  এবং  $2x - b$  দ্বারা ভাগ করলে একই

ভাগশেষ থাকে তবে দেখাও যে,  $a + b + 2 = 0$  যেখানে  $a \neq b$  ৪

### ১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ফাংশন,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x - 1}}$

ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হবে যদি  $3x - 1 \leq 0$

বা,  $3x - 1 + 1 \leq 0 + 1$  [1 যোগ করে]

বা,  $3x \leq 1 \therefore x \leq \frac{1}{3}$

∴ ডোম,  $F = \left\{ x : x \in \mathbb{R}, x \leq \frac{1}{3} \right\}$  (Ans.)

খ মনে করি,  $f^{-1}(x) = a$

বা,  $x = f(a)$  বা,  $x = \frac{1}{\sqrt{3a - 1}}$

বা,  $x\sqrt{3a - 1} = 1$  বা,  $x^2(3a - 1) = 1$

বা,  $3a - 1 = \frac{1}{x^2}$  বা,  $3a = \frac{1}{x^2} + 1$

বা,  $3a = \frac{1 + x^2}{x^2}$  বা,  $a = \frac{1 + x^2}{3x^2}$

∴  $f^{-1}(x) = \frac{1 + x^2}{3x^2}$

এখন,  $f^{-1}(-1) = \frac{1 + (-1)^2}{3(-1)^2} = \frac{1 + 1}{3} = \frac{2}{3}$

∴  $f^{-1}(-1) = \frac{2}{3}$  (Ans.)

গ দেওয়া আছে,  $P(x) = x^2 + x - 12$

$P(x)$  কে  $(2x - a)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে  $P\left(\frac{a}{2}\right)$

∴  $P\left(\frac{a}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a}{2} - 12$

আবার,  $P(x)$  কে  $(2x - b)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে  $P\left(\frac{b}{2}\right)$ ।

∴  $P\left(\frac{b}{2}\right) = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{b}{2} - 12$

শর্তানুসারে,  $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a}{2} - 12 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{b}{2} - 12$

বা,  $\frac{a^2}{4} + \frac{a}{2} - 12 = \frac{b^2}{4} + \frac{b}{2} - 12$

বা,  $a^2 + 2a - 48 = b^2 + 2b - 48$

বা,  $a^2 + 2a - 48 - b^2 - 2b + 48 = 0$

বা,  $a^2 - b^2 + 2a - 2b = 0$

বা,  $(a + b)(a - b) + 2(a - b) = 0$

বা,  $(a + b + 2)(a - b) = 0$

যেহেতু  $a \neq b$

∴  $a + b + 2 = 0$  (দেখানো হলো)



### উত্তর সংকেতসহ সৃজনশীল প্রশ্ন

প্রশ্ন ১৩  $F(x) = x^{16} - 1$

এবং  $G(x) = \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}$

◀ শিখনফল-৪ ও ৭

ক. দেখাও যে,  $(x + 1)$  ও  $(x - 1)$  উভয়ই  $F(x)$  এর উৎপাদক। ২

খ.  $F(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ৪

গ. দেখাও যে,  $G(x) + \frac{16}{F(x)} = \frac{1}{1-x}$  ৪

উত্তর: খ.  $(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 1)$

প্রশ্ন ▶ ১৪  $P(x) = 2x^2 + 3$  এবং  $g(y) = y^2 - 5y + 4$ . ◀ শিখনফল-২, ৩, ৪ ও ৭

- ক.  $P(5)$  নির্ণয় করো। ২  
 খ.  $g(y)$  কে  $(y - 4)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল  $P(5)$  এর সমান হলে  $y$  এর মান কত? ৪  
 গ.  $\frac{P(x)}{g(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

উত্তর: ক. 53; খ. 54; গ.  $2 - \frac{5}{3(x-1)} + \frac{35}{3(x-4)}$

প্রশ্ন ▶ ১৫ দুইটি বহুপদীর একটি  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$  এবং

অপরটি  $Q(x) = x^3 + 7x^2 - x - 7$  ◀ শিখনফল-১, ২ ও ৪

- ক.  $P(x)$  ও  $Q(x)$  বহুপদীদ্বয়ের মুখ্য সহগ ও ধ্রুবপদ নির্ণয় করো। ২  
 খ.  $P(x)$  বহুপদীর একটি উৎপাদক  $x - 2$  হলে দেখাও যে,  $a = 4$  ৪  
 গ. দেখাও যে,  $x + 1$  এবং  $x - 1$  উভয়ে  $Q(x)$  বহুপদীর সাধারণ উৎপাদক। ৪  
 উত্তর: ক. 1,  $-a$  এবং 1,  $-7$

প্রশ্ন ▶ ১৬  $P(x) = x^x - a^x$  যেখানে  $x$  ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং  $a$

একটি ধ্রুবক। ◀ শিখনফল-৪

- ক. দেখাও  $(x - a)$  বহুপদীর একটি উৎপাদক। ২  
 খ.  $\theta(x)$  নির্ণয় কর যেন  $P(x) = (x - a)\theta(x)$  ৪  
 গ.  $x$  জোড় হলে  $\theta(x)$  নির্ণয় কর যেন  $P(x) = (x + a)\theta(x)$  ৪  
 উত্তর: খ.  $\theta(x) = x^{x-1} + ax^{x-2} + a^2x^{x-3} + \dots + a^{x-1}$

প্রশ্ন ▶ ১৭  $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$ ,

$\frac{a^2 + bc}{(a - b)(a - c)} + \frac{b^2 + ca}{(b - c)(b - a)} + \frac{c^2 + ab}{(c - a)(c - b)}$  দুইটি বীজগাণিতিক

রাশি। ◀ শিখনফল-৪, ৫, ৬ ও ৭

- ক. দেখাও যে, প্রথম বীজগাণিতিক রাশিটি চক্রক্রমিক কিন্তু প্রতিসম নয়। ২  
 খ. প্রথম বীজগাণিতিক রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ৪  
 গ. দ্বিতীয় বীজগাণিতিক রাশিটির সরল মান কত? ৪  
 উত্তর: খ.  $-(a - b)(b - c)(c - a)$ ; গ. 2

প্রশ্ন ▶ ১৮ (i)  $P(x) = 5x^3 + 6x^2 - ax + 6$

(ii)  $R = \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} - \frac{3}{abc}$ .

এবং (iii)  $\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c}$ .

- ক.  $(x - 2)$  দ্বারা  $P(x)$  কে ভাগ করলে ভাগশেষ 6 হয় তবে  $a$  এর মান নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $R = 0$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $a = b = c$  অথবা  $ab + bc + ca = 0$ . ৪  
 গ. (iii) এর প্রত্যেকটি অনুপাতের মান  $k$  ধরে প্রমাণ কর যে,  
 $(a + b + c)(x + y + z) = ax + by + cz$ . ৪

উত্তর: ক. 32

প্রশ্ন ▶ ১৯  $P(x) = x^x - a^x$  যেখানে  $x$  ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং  $a$

একটি ধ্রুবক। ◀ শিখনফল-৪

- ক. দেখাও  $(x - a)$  বহুপদীর একটি উৎপাদক। ২  
 খ.  $\theta(x)$  নির্ণয় কর যেন  $P(x) = (x - a)\theta(x)$  ৪  
 গ.  $x$  জোড় হলে  $\theta(x)$  নির্ণয় কর যেন  $P(x) = (x + a)\theta(x)$  ৪  
 উত্তর: খ.  $\theta(x) = x^{x-1} + ax^{x-2} + a^2x^{x-3} + \dots + a^{x-1}$

প্রশ্ন ▶ ২০  $x, y$  ও  $z$  এর একটি বহুপদী হলো,  $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ .

ক.  $F(a, b, c)$  নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এটি একটি চক্রক্রমিক ও প্রতিসম রাশি। ২

খ. দেখাও যে,

$$F(a, b, c) = \frac{1}{2}(a + b + c) \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\}. \quad ৪$$

গ. যদি  $a = y + z - x$ ,  $b = z + x - y$ ,  $c = x + y - z$  হয়, তবে দেখাও যে,  $F(a, b, c) = 4(x, y, z)$ . ৪

উত্তর: ক.  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

প্রশ্ন ▶ ২১  $F(x) = x^{16} - 1$

এবং  $G(x) = \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}$  ◀ শিখনফল-৪ ও ৭

- ক. দেখাও যে,  $(x + 1)$  ও  $(x - 1)$  উভয়ই  $F(x)$  এর উৎপাদক। ২  
 খ.  $F(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ৪  
 গ. দেখাও যে,  $G(x) + \frac{16}{F(x)} = \frac{1}{1-x}$  ৪

উত্তর: খ.  $(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 1)$

প্রশ্ন ▶ ২২  $P(x) = 2x^2 + 3$  এবং  $g(y) = y^2 - 5y + 4$ . ◀ শিখনফল-২, ৩, ৪ ও ৭

- ক.  $P(5)$  নির্ণয় করো। ২  
 খ.  $g(y)$  কে  $(y - 4)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল  $P(5)$  এর সমান হলে  $y$  এর মান কত? ৪  
 গ.  $\frac{P(x)}{g(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

উত্তর: ক. 53; খ. 54; গ.  $2 - \frac{5}{3(x-1)} + \frac{35}{3(x-4)}$

প্রশ্ন ▶ ২৩ দুইটি বহুপদীর একটি  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$  এবং

অপরটি  $Q(x) = x^3 + 7x^2 - x - 7$  ◀ শিখনফল-১, ২ ও ৪

- ক.  $P(x)$  ও  $Q(x)$  বহুপদীদ্বয়ের মুখ্য সহগ ও ধ্রুবপদ নির্ণয় করো। ২  
 খ.  $P(x)$  বহুপদীর একটি উৎপাদক  $x - 2$  হলে দেখাও যে,  $a = 4$  ৪  
 গ. দেখাও যে,  $x + 1$  এবং  $x - 1$  উভয়ে  $Q(x)$  বহুপদীর সাধারণ উৎপাদক। ৪  
 উত্তর: ক. 1,  $-a$  এবং 1,  $-7$

প্রশ্ন ▶ ২৪  $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$ ,

$\frac{a^2 + bc}{(a - b)(a - c)} + \frac{b^2 + ca}{(b - c)(b - a)} + \frac{c^2 + ab}{(c - a)(c - b)}$  দুইটি বীজগাণিতিক

রাশি। ◀ শিখনফল-৪, ৫, ৬ ও ৭

- ক. দেখাও যে, প্রথম বীজগাণিতিক রাশিটি চক্রক্রমিক কিন্তু প্রতিসম নয়। ২  
 খ. প্রথম বীজগাণিতিক রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ৪  
 গ. দ্বিতীয় বীজগাণিতিক রাশিটির সরল মান কত? ৪  
 উত্তর: খ.  $-(a - b)(b - c)(c - a)$ ; গ. 2

প্রশ্ন ▶ ২৫  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  একটি বহুপদী।

- ক.  $a = 0$ ,  $b = 3$ ,  $c = 5$  এবং  $d = 2$  শর্তে  $P(x)$  নির্ণয় করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২  
 খ. দেখাও যে,  $P(x)$  এর একটি উৎপাদক  $(x + 1)$  হবে যদি  $a + c = b + d$  হয়। ৪  
 গ. ক নং এর শর্তাধীনে যে রাশিগুলো দ্বারা  $P(x)$  কে ভাগ করলে ভাগশেষ 52 হয়, তাদের সেট নির্ণয় কর। ৪  
 উত্তর: ক.  $(x + 1)(3x + 2)$ ; গ.  $\{x + 5, 3x - 10\}$



**প্রশ্ন ▶ ২৬**  $P(x) = mx^3 + 5x^2 - nx + 60$  বহুপদীকে  $x - 1$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 10 এবং  $x - 3$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 84 থাকে।

- ক. ভাগশেষ উপপাদ্যটির বৈশিষ্ট্য লিখ। ২  
 খ.  $m$  এবং  $n$  এর মান নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $m$  এবং  $n$  এর মান দুটোর গুণনীয়ক সমূহ লিখ।  $m$  এর গুণনীয়ক সমূহকে  $B$  সেটের এবং  $n$  এর গুণনীয়ক সমূহকে  $C$  সেটের উপাদান ধরে  $B \cup C$  সেটের উপাদানগুলো তালিকা পদ্ধতিতে লিপিবদ্ধ কর। অতপর ভেনচিত্রের সাহায্যে দেখাও। ৪

**উত্তর:** খ.  $m = 6, n = 61$ ; গ.  $B = \{1, 2, 3, 6\}$

এবং  $C = \{1, 61\}; B \cup C = \{1, 2, 3, 6, 61\}$

**প্রশ্ন ▶ ২৭**  $(b + c)(c + a)(a + b) + abc$  একটি বীজগণিতীয় রাশি। রাশিটির উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ  $E$ ।

- ক. রাশিটি কি প্রতিসম? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ২  
 খ.  $E$  নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $E = abc$  হলে দেখাও যে,  $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3$ । ৪  
**উত্তর:** ক. অর্থাৎ রাশিটি অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং রাশিটি প্রতিসম।  
 খ.  $E = (a + b + c)(bc + ca + ab)$

**প্রশ্ন ▶ ২৮** নিচের ফাংশনগুলো লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  এবং  $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ফাংশনগুলো  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = x^2 + 1$  এবং  $\phi(x) = x^2 - 1$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

- ক.  $\phi(x)$  এর রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২  
 খ.  $g(x)$  ফাংশনটি এক-এক ও সার্বিক কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪  
 গ.  $f(x), g(x)$  ও  $\phi(x)$  প্রত্যেককে  $x$  চলকের বহুপদী বিবেচনা করে  $\frac{f(x)}{\phi(x)g(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

**উত্তর:** ক. রেঞ্জ  $\{x: x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}$ ; খ. এক-এক নয়, সার্বিক নয়;

$$\text{গ. } \frac{1}{4(x+1)} + \frac{3}{4(x-1)} - \frac{2x+1}{2(x^2+1)}$$

**প্রশ্ন ▶ ২৯**  $f(x) = 18x^3 + 15x^2 - x + a, g(x) = x^2 - 4x - 7$

এবং  $h(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$  তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

- ক.  $h(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২  
 খ.  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক  $(3x + 2)$  হলে  $a$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $\frac{g(x)}{h(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

**উত্তর:** ক.  $(x + 1)(x + 2)(x - 4)$ ; খ.  $a = -2$ ;

$$\text{গ. } \frac{2}{5(x+1)} + \frac{5}{6(x+2)} - \frac{7}{30(x-4)}$$

**প্রশ্ন ▶ ৩০**  $P(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$  এবং  $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ ,

$f(x) = \frac{x^2}{3x-2}$  একটি ফাংশন  $x$  যার চলক।

- ক.  $P(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২  
 খ.  $f(g(x)) = g(x)$  হলে  $g(2)$  এর মান নির্ণয় কর। ৪  
 গ.  $\frac{1}{f(x) - g(x)}$  নির্ণয় করে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

**উত্তর:** ক.  $(3x - 1)(3x + 2)(2x + 1)$ ; খ.  $0, 1$ ;

$$\text{গ. } \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}, \frac{4}{x-2} - \frac{1}{x-1}$$

**প্রশ্ন ▶ ৩১** চলক  $x$  এর একটি বহুপদী  $P(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$

এবং  $Q(x) = \frac{5x-7}{(x-1)(x-2)}$  একটি মূলদ ভগ্নাংশ

- ক.  $P(x)$  এর ধ্রুবপদের উৎপাদক সমূহের সেট  $A$  এবং মুখ্য সহগের উৎপাদক সমূহের সেট  $B$  হলে  $A \cap B$  সেটটি নির্ণয় কর। ২  
 খ. দেখাও যে,  $P(x) = (2x + 1)(3x + 2)(3x - 1)$  ৪  
 গ.  $Q(x)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

**উত্তর:** ক.  $\{-2, -1, 1, 2\}$ ; গ.  $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x-2}$

**প্রশ্ন ▶ ৩২** চলক  $x$  এর একটি বহুপদী  $P(x) = 7x^2 - 5x^3 + x^4 - a$ ।

- ক. বহুপদীর আদর্শরূপটি লিখ এবং মাত্রা লিখ। ২  
 খ.  $P(x)$  এর বহুপদীর একটি উৎপাদক  $(x - 2)$  হলে দেখাও যে,  $a = 4$  ৪  
 গ. দেখাও যে,  $(x + 1)$  ও  $(x - 1)$  উভয়ই  $x^3 + 7x^2 - x - 7$  এবং  $2x^4 - x^2 - 1$  বহুপদীদ্বয়ের একটি সাধারণ উৎপাদক। ৪

**উত্তর:** ক.  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a, 4$



নিজেকে যাচাই করি

## সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ২৫ মিনিট; মান-২৫

১. কোনটি সমমাত্রিক রাশি?  
 ক)  $p^3 + p^2q + q^4$  খ)  $p^2 + pq + q^2$   
 গ)  $p^3 + 3pq + q^2$  ঘ)  $p^3 + pq^2 + 3q^2$
২. প্রতিসম রাশিটি নিচের কোনটি?  
 ক)  $a^2 + 2ab + b$  খ)  $ab + bc - a^2$   
 গ)  $xy + yz + zx$  ঘ)  $2b^2 + 2bc + cd$
৩.  $x^2y + y^2z + z^2x$  বহুপদীর চক্র-ক্রমিক রাশি নিচের কোনটি?  
 ক)  $y^2x + z^2x - x^2y$   
 খ)  $y^2z + y^2x - x^2z$   
 গ)  $y^2z + z^2x + x^2y$   
 ঘ)  $y^2z + z^2y + z^2x$
৪. P ও Q দুইটি বহুপদী হলে—  
 i. P - Q একটি বহুপদী  
 ii. PQ বহুপদী নাও হতে পারে  
 iii.  $\frac{P}{Q}$  বহুপদী হতে পারে আবার নাও হতে পারে  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 ক) i ও ii খ) ii ও iii  
 গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii
৫.  $P(x) = 5x^3 + 6x^2 - ax + 6$  কে  $x - 2$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 6 হলে a এর মান কত?  
 ক) 35 খ) 32  
 গ) 30 ঘ) 36
৬.  $18x^3 + 15x^2 - x - 2$  বহুপদীর ধ্রুবপদের উৎপাদকের সেট নিচের কোনটি?  
 ক)  $\{-2, 2\}$  খ)  $\{-2\}$   
 গ)  $\{1, -1, 2, -2\}$  ঘ)  $\{1, -1\}$
৭. কোনো বহুপদীতে গরিষ্ঠ মাত্রায়ুক্ত পদটিকে কী বলে?  
 ক) গৌণ পদ খ) মুখ্য সহগ  
 গ) মুখ্য পদ ঘ) ধ্রুব পদ
- নিচের তথ্যের আলোকে (৮ ও ৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- $$\frac{5x-7}{(x-1)(x-2)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$$
৮. A এর মান কত?  
 ক) 2 খ) 3  
 গ) -2 ঘ) -1
৯. B এর মান নিচের কোনটি?  
 ক) 2 খ) 3  
 গ) -2 ঘ) -3
১০.  $N(x) = (x + a)D(x)$ ; বহুপদীর মধ্যে  $D(x)$  কে কি বলা হয়?  
 ক) ভাজ্য খ) ভাজক  
 গ) ভাগফল ঘ) ভাগশেষ

১১.  $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - a$  বহুপদীর একটি উৎপাদক  $(x - 2)$  হলে, a এর মান কত?  
 ক) -5 খ) -4  
 গ) 4 ঘ) 7
১২.  $y^5 - 3y^6 + 5y^4 - 7$  রাশিটি y- চলকের একটি বহুপদী যার—  
 i. মাত্রা 6  
 ii. মূখ্যপদ  $3y^6$   
 iii. ধ্রুবপদ -7  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 ক) i ও ii খ) i ও iii  
 গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii
১৩. কোনটি বহুপদী?  
 ক)  $5x^2 + \frac{3}{x} + 2$   
 খ)  $4x^3 - 3x^2 + \frac{4x}{x^2} + 3$   
 গ)  $5x^{-2}$   
 ঘ)  $x^4 - x^2 + 1$
- নিচের তথ্যের আলোকে (১৪-১৫)নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
- $$P(x) = 7x^3 - 8x^2 + 6x - 36$$
১৪. x এর কোন মানের জন্য P(x) এর মান শূন্য হবে?  
 ক) -2 খ) -1  
 গ) 1 ঘ) 2
১৫. P(x) এর উৎপাদক কোনটি?  
 ক)  $x + 2$  খ)  $x - 2$   
 গ)  $2x + 1$  ঘ)  $2x - 1$
১৬. নিচের কোনটি প্রকৃত ভগ্নাংশ?  
 ক)  $\frac{a^3 + 1}{a^2 + 1}$  খ)  $\frac{a^2}{a + 1}$   
 গ)  $\frac{a + 1}{a^2 + 1}$  ঘ)  $\frac{a^2 + 1}{a + 1}$
১৭.  $P(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3$  হলে,  $P(1, 1, -1) =$  কত?  
 ক) 0 খ) -1  
 গ) 1 ঘ) 2
১৮. D(x) দ্বারা N(x) কে ভাগ করলে ভাগফল Q(x), ভাগশেষ R(x) পাওয়া যায় যেখানে—  
 i. Q(x) এর মাত্রা = N(x) এর মাত্রা - D(x) এর মাত্রা  
 ii. R(x) = 0 অথবা R(x) এর মাত্রা < D(x) এর মাত্রা  
 iii. সকল x এর জন্য

$$N(x) = D(x).Q(x) + R(x)$$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) ii ও iii  
 গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৯.  $p(x) = ax^2 + bx + c$  বহুপদীর একটি উৎপাদক  $(x + 1)$  হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- ক)  $a - b + c = 0$  খ)  $a + b + c = 0$   
 গ)  $a + b - c = 0$  ঘ)  $a - b - c = 0$

২০. নিচের কোনটি প্রকৃত ভগ্নাংশ?

- ক)  $\frac{x+2}{(x+1)(x+5)}$  খ)  $\frac{x^3}{x^2-4}$   
 গ)  $\frac{x^2}{x^2+16}$  ঘ)  $\frac{x^4}{x^4+81}$

২১. যদি  $a + b + c = 0$  হয়, তবে—

i.  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

ii.  $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$

iii.  $(a + b)^3 + 3abc = -c^3$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii  
 গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২২. নিচের কোনটি দ্বারা অভেদ বুঝায়?

- ক)  $p(x) = Q(x)$  খ)  $p(x) > Q(x)$   
 গ)  $p(x) \equiv Q(x)$  ঘ)  $p(x) \neq Q(x)$

২৩.  $f(x) = x^2 - 10x + 21$  হলে x এর কোন মান দ্বারা  $f(x) = 0$  হবে?

- ক) 2, 3 খ) 3, 5  
 গ) 5, 7 ঘ) 3, 7

নিচের উদ্দীপকটি থেকে (২৪ ও ২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$p(x) = 2x^4 - 6x^3 + 5x - 2$$

২৪.  $p(2) =$  কত?

- ক) -92 খ) -8  
 গ) 8 ঘ) 92

২৫.  $p(x)$  কে  $2x + 1$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

- ক) -29 খ)  $-\frac{29}{8}$   
 গ)  $\frac{29}{8}$  ঘ) 29

সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

সময় — ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান — ৫০

[বি.দ্র. : যে কোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১০]

১০×৫=৫০

১. ►  $Q(x) = (x + 1)(x^2 + 1)^2$   
এবং  $G(l, m, n) = l^3(m - n) + m^3(n - l) + n^3(l - m)$   
ক. বহুপদীটির মাত্রা এবং মুখ্য সহগ কত? ২  
খ.  $\frac{3x}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪  
গ.  $G(l, m, n)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪
২. ► (i)  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  বহুপদীর সহগগুলো পূর্ণসংখ্যা  $a \neq 0, d \neq 0$  এবং  $(x - r)$  বহুপদীর একটি উৎপাদক।  
(ii)  $\frac{(ax + 1)^2}{(x - y)(z - x)} = A, \frac{(ay + 1)^2}{(x - y)(y - z)} = B, \frac{(az + 1)^2}{(y - z)(z - x)} = C$   
ক. অভেদ কাকে বলে? ২  
খ.  $r = \frac{p}{q}$  লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত মূলদ সংখ্যা হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $p, d$  এর উৎপাদক ও  $q, a$  এর উৎপাদক হবে। ৪  
গ.  $A + B + C = ?$  ৪
৩. ► (i)  $P(x) = -3x^2 - 2xy + 8y^2 + 11x - 8y - 6$  একটি বহুপদী।  
(ii)  $\frac{x^3}{x^4 + 5x^2 + 4}$  একটি বীজগাণিতিক রাশি।  
ক. মাত্রা কাকে বলে? ২  
খ. উদ্দীপকের (i) নং বহুপদীকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪  
গ. (ii) নং এর আংশিক ভগ্নাংশ নির্ণয় কর। ৪
৪. ► (i)  $x^2 - 3xy^2 + 9xy - 27y^3$  একটি বহুপদী।  
(ii)  $F(x) = x^3 + x^2 - 6x$   
ক. চক্রক্রমিক রাশি কি? ২  
খ.  $F(x)$  কে  $(x - a)$  এবং  $(x - b)$  দ্বারা ভাগ করলে যদি একই ভাগশেষ থাকে এবং  $a - b$  অশূন্য হয় তবে দেখাও যে,  
 $a^2 + ab + b^2 + a + b - 6 = 0$  ৪
- গ. (i) নং এর বহুপদীর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪  
৫. ►  $P(x) = (ax + 1)^2(y - z) + (ay + 1)^2(z - x) + (az + 1)^2(x - y)$   
 $Q(x) = 18x^3 + 15x^2 - x + k$   
ক. ভাগশেষ উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২  
খ.  $Q(x)$  এর একটি উৎপাদক  $(3x + 2)$  হলে  $k$  এর মান নির্ণয় কর। ৪  
গ. প্রমাণ কর যে,  $P(x) = -a^2(x - y)(y - z)(z - x)$  এবং  $P(x) = ?$  যখন,  $x = k^2, y = k$  এবং  $z = k - 1$  হয়। ৪
৬. ►  $F(a, b, c) = (a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$   
 $Q(x) = px^5 + qx^4 + rx^3 + rx^2 + qx + p$ ; [ $p, q, r =$  ধ্রুবক এবং  $a \neq 0$ ]  
ক.  $18x^3 + 15x^2 - x - 2$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২  
খ.  $F(a, b, c) = 0$  হলে প্রমাণ কর যে,  $(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3$  ৪  
গ.  $(x - r)$  যদি  $P(x)$  এর একটি উৎপাদক হয় তবে প্রমাণ কর  $(rx - 1), p(x)$  এর একটি উৎপাদক। ৪
৭. ►  $P(x) = x, f(x) = \frac{2x + 2}{2 - 3x}$   
ক. উৎপাদক উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২  
খ.  $f^{-1}(x) = 1$  হলে  $x$  এর মান কত? ৪  
গ.  $\frac{2P(x)}{(x + 1)(x^2 + 1)^2}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
৮. ►  $\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c} \neq 0$   
ক. মূলদ ভগ্নাংশ কি? ২  
খ.  $y = 2$  এবং  $z = 3$  ধরে  $\frac{b}{a}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪  
গ. প্রমাণ কর যে,  $(a + b + c)(x + y + z) = ax + by + cz$  ৪

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি | মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১	গ	২	গ	৩	গ	৪	গ	৫	ক	৬	গ	৭	গ	৮	ক	৯	খ	১০	খ	১১	গ	১২	খ	১৩	খ
১৪	খ	১৫	খ	১৬	গ	১৭	গ	১৮	খ	১৯	ক	২০	ক	২১	ক	২২	গ	২৩	খ	২৪	খ	২৫	খ		

সৃজনশীল রচনামূলক | মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১. ক. 5, 1; খ. $\frac{3x - 3}{4(x^2 + 1)} + \frac{3x + 3}{2(x^2 + 1)^2} - \frac{3}{4(x + 1)}$ গ. $-(l + m + n)(l - m)(m - n)(n - 1)$	৫. খ. $-2$ ; গ. $P(x) = a^2$
২. গ. $-a^2$	৬. ক. $(2x + 1)(3x + 2)(3x - 1)$
৩. খ. $(-3x + 4y + 2)(x + 2y - 3)$ অথবা, $(3x - 4y - 2)(-x - 2y + 3)$ ; গ. $\frac{4x}{3(x^2 + 4)} - \frac{x}{3(x^2 + 1)}$	৭. ক. 0 মাত্রার; খ. $x = -4$ গ. $\frac{1 + x}{(1 + x^2)^2} + \frac{x - 1}{2(x^2 + 1)} - \frac{1}{2(x + 1)}$
৪. গ. $(x + 9y)(x - 3y^2)$	৮. খ. $\frac{2\sqrt{6} - 9}{6(x - \sqrt{6})} - \frac{9 + 2\sqrt{6}}{6(x + \sqrt{6})}$

## বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ২৫ মিনিট; মান-২৫

১. কোনটি বহুপদী?

- ক)  $\sqrt{n-4}$       খ)  $\frac{6}{x} + 5y$   
 গ)  $x^3 + x^2$       ঘ)  $3x^5 + \frac{y}{0} + 1$

২. i. কোনো বহুপদীতে উল্লিখিত পদসমূহের গরিষ্ঠ মাত্রাকে বহুপদীটির মাত্রা বলা হয়

ii. দুইটি বহুপদীর যোগফল ও গুণফল সর্বদা বহুপদী নাও হতে পারে

iii. বহুপদীতে গরিষ্ঠ মাত্রায়ুক্ত পদটিকে মূখ্যপদ বলা হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii      খ) ii ও iii  
 গ) i ও iii      ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৩ ও ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

(p + 3), p<sup>3</sup> + 2p<sup>2</sup> - 5p - 6 বহুপদীর একটি উৎপাদক।

৩. বহুপদীটির মূখ্য সহগ কোনটি?

- ক) -q      খ) 2      গ) 1      ঘ) -6

৪. বহুপদীটির অন্য উৎপাদকগুলো কী কী?

- ক) (p + 1), (p - 2)      খ) (p + 1), (p + 2)  
 গ) (p - 1), (p - 2)      ঘ) (p - 1), (p + 2)

৫. lx<sup>2</sup> + mx + n এর একটি উৎপাদক x + 1 হলে l, m, n এর মধ্যকার সম্পর্ক কী?

- ক) l - m = n      খ) l - m + n = 0  
 গ) l + m - n = 0      ঘ) l - m = n

৬. P(x) = 3x<sup>3</sup> + 2x<sup>2</sup> - 7x + 8 হলে x হচ্ছে—

- ক) ফাংশন      খ) ধ্রুবক  
 গ) চলক      ঘ) অয়য়

৭. যদি P(x), n ≥ 2 মাত্রার একটি গুণাত্মক

বিপরীত বহুপদী হয় এবং P(x) = 0 এর একটি মূল x = 8 হয়, তবে x এর অন্তত একটি মান—

- ক)  $-\frac{1}{8}$       খ) -8      গ)  $\frac{1}{8}$       ঘ) 8

৮. যদি  $\frac{5x-7}{(x-1)(x-2)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$  হয়,

তাহলে A ও B এর মান কত?

- ক) A = -2, B = -3      খ) A = -2, B = 3  
 গ) A = 2, B = -3      ঘ) A = 2, B = 3

৯. i. x<sup>2</sup> + 2xy + 3y<sup>2</sup> একটি সমমাত্রিক রাশিii. x, y, a, h, b কে চলক বিবেচনা করলে ax<sup>2</sup> + 2axy + by<sup>2</sup> সমমাত্রিকiii. 3x<sup>2</sup>y + y<sup>2</sup>z + 8z<sup>2</sup>x - 5xyz সমমাত্রিক বহুপদী

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও iii      খ) i ও ii  
 গ) ii ও iii      ঘ) i, ii ও iii

১০. 8x<sup>3</sup> + 7z<sup>4</sup> - 5xz<sup>2</sup> বহুপদীটির ঘাত কত?

- ক) 1      খ) 2      গ) 3      ঘ) 4

১১. y × y + 2y × 2 - 5 ÷ 5 রাশিটিতে—

- i. পদসংখ্যা 3  
 ii. ধ্রুবকের মান -1  
 iii. y এর সহগ 4

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii      খ) ii ও iii  
 গ) i ও iii      ঘ) i, ii ও iii

১২.  $\frac{x^3}{(x-1)(x-2)(x-3)}$  ভগ্নাংশটি—

- ক) প্রকৃত      খ) অপ্রকৃত  
 গ) মিশ্র      ঘ) অমূলদ

১৩. নিচের কোনটি প্রতিসম রাশি নয় কিন্তু চক্র-কমিক?

- ক) x<sup>2</sup> - y<sup>2</sup> + z<sup>2</sup>  
 খ)  $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$   
 গ) xy + yz - zx  
 ঘ) x<sup>2</sup>y + y<sup>2</sup>z + z<sup>2</sup>x + xy + yz - zx

১৪. নিচের কোনটি প্রতিসম?

- ক) x + y + z      খ) x<sup>2</sup> - y<sup>2</sup> + z<sup>2</sup>  
 গ) xy - yz + zx      ঘ) 2a<sup>2</sup> - 6b<sup>2</sup> + c<sup>2</sup>

১৫. x<sup>2</sup> + y<sup>2</sup> + z<sup>2</sup> + xy + yz + zx রাশিটির জন্য

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) রাশিটি চক্র-ক্রমিক কিন্তু প্রতিসম নয়  
 খ) রাশিটি প্রতিসম কিন্তু চক্র-ক্রমিক নয়  
 গ) রাশিটি চক্র-ক্রমিক এবং প্রতিসম  
 ঘ) রাশিটি চক্র-ক্রমিক নয় এবং প্রতিসম নয়

১৬. P(x) = x<sup>2</sup> - x - 2 হলে—

- i. (x + 1) রাশিটির একটি উৎপাদক  
 ii. x = 2 হলে রাশিটির মান শূন্য হয়  
 iii. একে (x - 4) দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 10 হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii      খ) ii  
 গ) i, ii ও iii      ঘ) i ও iii

১৭.  $\frac{x^2}{x^2-4}$  ভগ্নাংশটির সমান নিচের কোনটি?

- ক)  $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2}$   
 খ)  $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$   
 গ)  $1 + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$   
 ঘ)  $1 + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$

নিচের তথ্যের আলোকে ১৮ ও ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$\frac{x+5}{(x-2)(x-3)} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3} \text{ যেখানে } A \text{ ও } B$$

মূলদ সংখ্যা।

১৮. A এর মান কত?

- ক) -7      খ) -3  
 গ) 2      ঘ) 8

১৯. আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশিত রূপ কোনটি?

- ক)  $\frac{-7}{x-2} - \frac{8}{x-3}$       খ)  $\frac{7}{x-2} + \frac{-8}{x-3}$   
 গ)  $\frac{-3}{x-2} + \frac{2}{x-3}$       ঘ)  $\frac{-7}{x-2} + \frac{8}{x-3}$

২০. x, y, a, b, p প্রত্যেককে চলক হলে তিনমাত্রার

বহুপদী নিচের কোনটি?

- ক) ax<sup>2</sup> + 2pxy + by<sup>2</sup>  
 খ) (ax + by)<sup>2</sup>  
 গ) p(ax + b<sup>2</sup>y)  
 ঘ) x(ap + bpx)

২১. bc(b - c) + ca(a - a) + ab(a - b) কে

উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে?

- ক) (a - b)(b - c)(c - a)  
 খ) (a + b)(b + c)(c + a)  
 গ) -(a - b)(b - c)(c - a)  
 ঘ) -(a + b)(b + c)(c + a)

২২. x<sup>3</sup> + y<sup>3</sup> + z<sup>3</sup> - 3xyz এর মান—

- i. (x + y + z)(x<sup>2</sup> + y<sup>2</sup> + z<sup>2</sup> - xy - yz - zx)  
 ii. (x + y + z)(x<sup>2</sup> + y<sup>2</sup> + z<sup>2</sup> + xy + yz + zx)  
 iii.  $\frac{1}{2}(x + y + z)\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii      খ) i ও iii  
 গ) ii ও iii      ঘ) i, ii ও iii

২৩. P(x) = x<sup>3</sup>(2 - 3x - x<sup>3</sup>) এর মূখ্য সহগ কোনটি?

- ক) -3      খ) -1      গ) 1      ঘ) 2

২৪. x<sup>2</sup> + y<sup>2</sup> + z<sup>2</sup> + xy + yz + zx রাশিটি—

i. প্রতিসম

ii. সমমাত্রিক

iii. চক্রক্রমিক

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii      খ) ii ও iii  
 গ) i ও ii      ঘ) i, ii ও iii

২৫. P(a) = 4a<sup>4</sup> + 12a<sup>3</sup> + 7a<sup>2</sup> - 3a - 2 এ a =  $\frac{1}{2}$ 

হলে এর সাধারণ উৎপাদক কোনটি?

- ক)  $(1 + \frac{1}{2})$       খ) (2a - 1)  
 গ) (2a + 1)      ঘ)  $(2a - \frac{1}{2})$

সৃজনশীল প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

মান-৫০

[বি. দ্র. যে কোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০

১০ × ৫ = ৫০]

১. ▶  $F(x) = x^3 - 4x^2 + x - 4$
- ক. দেখাও যে,  $(x-4)$ ,  $F(x)$  এর একটি উৎপাদক। ২
- খ. যদি  $F(x)$  কে  $(x-2a)$  ও  $(x+3b)$  দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকে তবে দেখাও যে,  $8a^3 + 27b^3 - 16a^2 + 36b^2 + 2a + 3b = 0$  যেখানে,  $a \neq b$ । ৪
- গ.  $\frac{x}{F(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪
২. ▶  $P(y) = (y+1)(y^2+1)$  এবং  $F(a, b, c) = a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$
- ক. বহুপদীটির মাত্রা ও মূখ্য সহগ নির্ণয় করো। ২
- খ.  $\frac{2y}{P(y)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪
- গ.  $F(a, b, c)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ৪
৩. ▶  $P(x) = x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + k$ ,  $Q(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
- ক.  $Q(-1)$  নির্ণয় করো। ২
- খ.  $P(x)$  এর একটি উৎপাদক  $2x-1$  হলে,  $k$  এর মান নির্ণয় করো। ৪
- গ.  $\frac{x^2}{Q(x)}$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪
৪. ▶  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ ;  $G(x) = \frac{x^3}{1-x^3}$
- ক. প্রতিসম রাশি কী? একটি প্রতিসম রাশির উদাহরণ দাও। ২
- খ.  $P(x)$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ৪
- গ.  $G(x)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪
৫. ▶ i)  $P(a) = a^3 + 5a^2 + 6a + 8$ ; ii)  $G(x) = \frac{1}{1-x^3}$
- ক. (i) এর সাহায্যে  $P(-1)$  এবং  $P(-3)$  এর মান নির্ণয় করো। ২
- খ.  $G(x)$  এর আংশিক ভগ্নাংশ নির্ণয় করো। ৪
- গ.  $P(a)$  কে  $(a-x)$  এবং  $(a-y)$  দ্বারা ভাগ করলে উভয় ক্ষেত্রে একই ভাগশেষ থাকলে দেখাও যে,  $x^2 + y^2 + xy + 5x + 5y + 6 = 0$  যেখানে,  $x \neq y$ । ৪
৬. ▶  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$  এবং  $P(x) = x^2 + x - 12$
- ক.  $f(x)$  দ্বারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় করো। ২
- খ.  $f^{-1}(-1)$  নির্ণয় করো। ৪
- গ. যদি  $P(x)$  কে  $2x-a$  এবং  $2x-b$  দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকে তবে দেখাও যে,  $a+b+2=0$  যেখানে  $a \neq b$ । ৪
৭. ▶ (i)  $P(x) = 2x^3 + x^2 + ax - 3$
- (ii)  $F(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
- (iii)  $G(x) = \frac{x+3}{(x+1)(2x^2+4)}$
- ক.  $P(x)$  এর মাত্রা, মূখ্য সহগ এবং ধ্রুবপদ লিখ। ২
- খ.  $G(x)$  কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪
- গ.  $x = b+c-a$ ,  $y = c+a-b$  এবং  $z = a+b-c$  হলে (ii) হতে দেখাও যে,  $F(a, b, c) \div F(x, y, z) = 1 \div 4$ । ৪
৮. ▶ i) মনে করি,  $P(x) = ax^3 - bx^2 + cx + d$  বহুপদীর সহগগুলো পূর্ণসংখ্যা  $a \neq 0$ ,  $d \neq 0$  এবং  $x-r$  বহুপদীর একটি উৎপাদক।
- ii)  $\frac{(ax+1)^2}{(x-y)(z-x)} = A$ ,  $\frac{(ay+1)^2}{(x-y)(y-z)} = B$ ,  $\frac{(az+1)^2}{(y-z)(z-x)} = C$
- ক.  $x^2 - 2x - 8$  কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২
- খ. যদি  $r = \frac{p}{q}$  লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশিত মূলদ সংখ্যা হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $p, d$  এর উৎপাদক ও  $q, a$  এর উৎপাদক হবে। ৪
- গ.  $A+B+C$  এর মান নির্ণয় করো। ৪

নিজেকে যাচাই করি: বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১	গ	২	গ	৩	গ	৪	ক	৫	ক	৬	গ	৭	গ	৮	ঘ	৯	ঘ	১০	ঘ	১১	ঘ	১২	খ	১৩	খ
১৪	ক	১৫	গ	১৬	ঘ	১৭	গ	১৮	ক	১৯	ঘ	২০	ক	২১	গ	২২	খ	২৩	ঘ	২৪	ঘ	২৫	খ		

নিজেকে যাচাই করি: সৃজনশীল প্রশ্ন

১. গ.  $\frac{1}{17} \left( \frac{4}{x-4} + \frac{1-4x}{x^2+1} \right)$
২. ক. 5, 1; খ.  $-\frac{1}{2(y+1)} + \frac{y-1}{2(y^2+1)} + \frac{y+1}{(y^2+1)^2}$
- গ.  $-(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$
৩. ক. 0
- খ.  $-\frac{219}{16}$
- গ.  $\frac{1}{2(x+1)} - \frac{4}{x+2} + \frac{9}{2(x+3)}$
৪. খ.  $(x+1)(x-2)(x+3)$
- গ.  $-1 + \frac{1}{3(1-x)} + \frac{x+2}{3(1+x+x^2)}$
৫. ক. 6, 8
- খ.  $\frac{1}{3(1-x)} + \frac{x+2}{3(1+x+x^2)}$
৬. ক.  $\left\{ x : x \in \mathbb{R}, x \leq \frac{1}{3} \right\}$
- খ.  $\frac{2}{3}$
৭. ক. 3, 2, -3
- খ.  $\frac{1}{3} \left( \frac{1}{x+1} - \frac{2x-5}{2x^2+4} \right)$
৮. ক.  $(x-4)(x+2)$
- গ.  $-a^2$