

মূল বইয়ের অতিরিক্ত অংশ

সপ্তম অধ্যায়: অসীম ধারা



পরীক্ষায় কমন পেতে আরও প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ▶ ১ নিচের ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

$$S = (x+1)^2 + 1 + \frac{1}{(x+1)^2} + \dots \quad \leftarrow \text{অনুপাদানী-২ ও ৭ এর সমন্বয়ে}$$

ক. সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি এবং অসীমতক সমষ্টি S_∞ নির্ণয় কর। ৪

গ. অসীমতক সমষ্টি S_∞ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $S = (x+1)^2 + 1 + \frac{1}{(x+1)^2} + \dots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = (x+1)^2$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $ar = 1$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(x+1)^2}$ (Ans.)

খ আমরা জানি,

$$\text{ধারার প্রথম } n\text{-পদের সমষ্টি} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\therefore \text{প্রথম 10-পদের সমষ্টি} = \frac{(x+1)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{(x+1)^2} \right)^{10} \right\}}{1 - \frac{1}{(x+1)^2}}$$

$$= \frac{(x+1)^4 \cdot \left(1 - \frac{1}{(x+1)^{20}} \right)}{(x+1)^2 - 1}$$

$$= \frac{(x+1)^4 \cdot ((x+1)^{20} - 1)}{x(x+2) \cdot (x+1)^{20}}$$

$$= \frac{(x+1)^{20} - 1}{x(x+2)(x+1)^{16}} \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore \text{অসীমতক সমষ্টি, } S_\infty = \frac{(x+1)^2}{1 - \frac{1}{(x+1)^2}} \left[\because S_\infty = \frac{a}{1-r} \right]$$

$$= \frac{(x+1)^4}{x(x+2)} = \frac{(x+1)^4}{x(x+2)} \text{ (Ans.)}$$

গ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে $(x+1)^4$ কে বিস্তৃত করে পাই,

$$(x+1)^4 = {}^4C_0 x^4 + {}^4C_1 x^3 + {}^4C_2 x^2 + {}^4C_3 x + {}^4C_4 x^0$$

$$(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$

$$\text{এখন, } S_\infty = \frac{(x+1)^4}{x(x+2)}$$

$$= \frac{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1}{x(x+2)}$$

$$= \frac{x^4 + 2x^3 + 2x^3 + 4x^2 + 2x^2 + 4x + 1}{x(x+2)}$$

$$= \frac{x^3(x+2) + 2x^2(x+2) + 2x(x+2) + 1}{x(x+2)}$$

$$= x^2 + 2x + 2 + \frac{1}{x(x+2)}$$

$$\text{মনে করি, } \frac{1}{x(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} \dots \dots \dots (1)$$

উভয় পক্ষে $x(x+2)$ গুণ করে পাই,

$$1 = A(x+2) + Bx$$

$$x=0 \text{ হলে, } 1 = 2A$$

$$A = \frac{1}{2}$$

$$x = -2 \text{ হলে, } 1 = -2B$$

$$B = -\frac{1}{2}$$

$$(1)\text{-নং সমীকরণ থেকে পাই, } \frac{1}{x(x+2)} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$$

$$\text{সুতরাং, } S_\infty = x^2 + 2x + 2 + \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$$

যা নির্ণয়ে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ।

প্রশ্ন ▶ ২ (i) $6 + 66 + 666 + 6666 + \dots$

$$(ii) \frac{1}{(6x+1)} + \frac{1}{(6x+1)^2} + \frac{1}{(6x+1)^3} + \dots$$

ক. $x=1$ ধরে (ii) নং ধারাটি নির্ণয় করো। ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে (ii) নং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) নং ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগলফল নির্ণয় কর। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

$$\frac{1}{(6x+1)} + \frac{1}{(6x+1)^2} + \frac{1}{(6x+1)^3} + \dots$$

$$x=1 \text{ হলে ধারাটি: } \frac{1}{(6.1+1)} + \frac{1}{(6.1+1)^2} + \frac{1}{(6.1+1)^3} + \dots$$

$$= \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots \dots \dots \text{ (Ans.)}$$

খ ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{6x+1}$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{\frac{1}{(6x+1)^2}}{\frac{1}{6x+1}} = \frac{1}{6x+1}$$

একটি ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $|r| < 1$ হয়।

$$\therefore \left| \frac{1}{6x+1} \right| < 1$$

$$\text{যদি } \frac{1}{6x+1} \geq 0 \text{ হয়}$$

$$\text{যদি } \frac{1}{6x+1} < 0 \text{ হয়}$$

$$\frac{1}{6x+1} < 1$$

$$-\frac{1}{6x+1} < 1$$

$$\text{বা, } 6x+1 > 1$$

$$\text{বা, } 6x+1 < -1$$

$$\text{বা, } 6x > 1 - 1$$

$$\text{বা, } x < \frac{-2}{6}$$

$$\therefore x > 0$$

$$\therefore x < \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{নির্ণয়ে শর্ত } x > 0 \text{ অথবা } x < -\frac{1}{3} \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{অসীমতক সমষ্টি } S_{\infty} &= \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{6x+1}}{1-\frac{1}{6x+1}} = \frac{\frac{1}{6x+1}}{\frac{6x+1-1}{6x+1}} \\ &= \frac{1}{6x+1} \times \frac{6x+1}{6x} \\ &= \frac{1}{6x} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ ধরি, $S_n = 6 + 66 + 666 + \dots$ n তম পদ
 $= 6(1 + 11 + 111 + \dots$ n তম পদ)
 $= \frac{6}{9}(9 + 99 + 999 + \dots$ n তম পদ)
 $= \frac{6}{9} \{(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots$ n তম পদ)
 $= \frac{6}{9} \{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots$ n তম পদ) $- (1 + 1 + \dots$ n তম পদ)
 $= \frac{6}{9} \{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n) - n\}$
 $= \frac{6}{9} \left\{ \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right\}$
 $= \frac{60}{81} (10^n - 1) - \frac{6n}{9} \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ৩ $\frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \frac{1}{(4x+1)^4} + \dots$ একটি ধারা।

- ক. যদি $x = 1$ হয়, ধারাটি নির্ণয় কর এবং এর সাধারণ অনুপাত কত? ২
 খ. ধারাটির 7ম পদ এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8
 গ. x এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
 ধারাটি $\frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \dots$
 $x = 1$ হলে, ধারাটি $\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots$ (Ans.)
 সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{5^2}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$ (Ans.)

খ ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{5}$
 ধারাটির 7ম পদ $= ar^{7-1} = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{7-1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5^6} = \frac{1}{5^7}$ (Ans.)
 ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি, $S_7 = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ [$\because r < 1$]
 $= \frac{\frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{5^7}\right)}{1 - \frac{1}{5}}$
 $= \frac{\frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{5^7}\right)}{\frac{4}{5}}$
 $= \frac{1}{5} \times \frac{5}{4} \left(1 - \frac{1}{78125}\right)$
 $= \frac{78124}{312500}$ (Ans.)

গ ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{4x+1}$
 সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{\frac{1}{(4x+1)^2}}{\frac{1}{4x+1}}$
 $= \frac{1}{(4x+1)^2} \times (4x+1)$
 $= \frac{1}{4x+1}$

একটি ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি $|r| < 1$ হয়।

$$\therefore \left| \frac{1}{4x+1} \right| < 1$$

যদি $\frac{1}{4x+1} \geq 0$ হয়

$$\frac{1}{4x+1} < 1$$

বা, $4x+1 > 1$

বা, $4x > 0$

$$\therefore x > 0$$

যদি $\frac{1}{4x+1} < 0$ হয়

$$-\frac{1}{4x+1} < 1$$

বা, $4x+1 < -1$

বা, $4x < -2$

$$\therefore x < -\frac{2}{4} \quad \therefore x < -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় শর্ত } x > 0 \text{ অথবা } x < -\frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

অসীমতক সমষ্টি, $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{4x+1}}{1-\frac{1}{4x+1}} = \frac{\frac{1}{4x+1}}{\frac{4x+1-1}{4x+1}}$
 $= \frac{1}{4x+1} \times \frac{4x+1}{4x} = \frac{1}{4x}$ (Ans.)

প্রশ্ন ৪ $3 + 33 + 333 + \dots$ একটি অসীম ধারা।

- ক. প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি S_n হলে, $3S_n =$ কত? ২
 খ. S_n এর মান নির্ণয় করে দেখাও যে, $S_n = \frac{10}{27} (10^n - 1) - \frac{n}{3}$ 8
 গ. ধারাটির প্রথম 5টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর, প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি আছে কি? ব্যাখ্যা কর। 8

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, $S_n = 3 + 33 + 333 + \dots$ n সংখ্যক পদ পর্যন্ত

$$\therefore 3S_n = 9 + 99 + 999 + \dots$$
 n সংখ্যক পদ পর্যন্ত

খ $S_n = 3 + 33 + 333 + \dots$ n তম পদ

$$= \frac{3}{9} (9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ তম পদ})$$

$$= \frac{1}{3} \{(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots$$
 n তম পদ $- n\}$

$$= \frac{1}{3} \{(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + n \text{ তম পদ}) - n\}$$

$$= \frac{1}{3} \left\{ \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right\} = \frac{10(10^n - 1)}{27} - \frac{n}{3}$$

$$\therefore S_n = \frac{10(10^n - 1)}{27} - \frac{n}{3} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ 'খ' হতে পাই,

n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{10}{27} (10^n - 1) - \frac{n}{3}$

$$\therefore \text{ধারাটি প্রথম 5 পদের সমষ্টি } S_5 = \frac{10}{27} (10^5 - 1) - \frac{5}{3}$$

$$= \frac{10}{27} (99999) - \frac{5}{3}$$

$$= 37035 \text{ (Ans.)}$$

যেহেতু $3 + 33 + 333 + \dots$

$$= \frac{1}{3} \{10 + 10^2 + 10^3 + \dots\} - (1+1+1+\dots)$$

এখন, $10 + 10^2 + 10^3 + \dots$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = 10$

যেহেতু $|r| = 10 > 1$,

কাজেই ধারাটির কোনো অসীমতক সমষ্টি নেই। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৫ নিচের ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

$$S = (x+1)^2 + 1 + \frac{1}{(x+1)^2} + \dots \quad \leftarrow \text{অনুশীলনী-২ ও ৭ এর সমন্বয়ে}$$

ক. সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি এবং অসীমতক সমষ্টি S_∞ নির্ণয় কর। 8

গ. অসীমতক সমষ্টি S_∞ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। 8

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ধারা, $S = (x+1)^2 + 1 + \frac{1}{(x+1)^2} + \dots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = (x+1)^2$

ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $ar = 1$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{1}{(x+1)^2}$ (Ans.)

খ আমরা জানি,

$$\text{ধারার প্রথম } n\text{-পদের সমষ্টি} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\therefore \text{প্রথম 10-পদের সমষ্টি} = \frac{(x+1)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{(x+1)^2} \right)^{10} \right\}}{1 - \frac{1}{(x+1)^2}}$$

$$= \frac{(x+1)^4 \cdot \left(1 - \frac{1}{(x+1)^{20}} \right)}{(x+1)^2 - 1}$$

$$= \frac{(x+1)^4 \cdot ((x+1)^{20} - 1)}{x(x+2) \cdot (x+1)^{20}}$$

$$= \frac{(x+1)^{20} - 1}{x(x+2)(x+1)^{16}} \text{ (Ans.)}$$

$$\therefore \text{অসীমতক সমষ্টি, } S_\infty = \frac{(x+1)^2}{1 - \frac{1}{(x+1)^2}} \left[\because S_\infty = \frac{a}{1-r} \right]$$

$$= \frac{(x+1)^4}{x(x+2)} = \frac{(x+1)^4}{x(x+2)} \text{ (Ans.)}$$

গ দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে $(x+1)^4$ কে বিস্তৃত করে পাই,

$$(x+1)^4 = {}^4C_0x^4 + {}^4C_1x^3 + {}^4C_2x^2 + {}^4C_3x + {}^4C_4x^0$$

$$(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$

$$\text{এখন, } S_\infty = \frac{(x+1)^4}{x(x+2)}$$

$$= \frac{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1}{x(x+2)}$$

$$= \frac{x^4 + 2x^3 + 2x^3 + 4x^2 + 2x^2 + 4x + 1}{x(x+2)}$$

$$= \frac{x^3(x+2) + 2x^2(x+2) + 2x(x+2) + 1}{x(x+2)}$$

$$= x^2 + 2x + 2 + \frac{1}{x(x+2)}$$

মনে করি, $\frac{1}{x(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$ (1)

উভয় পক্ষে $x(x+2)$ গুণ করে পাই,

$$1 = A(x+2) + Bx$$

$x=0$ হলে, $1 = 2A$

$$A = \frac{1}{2}$$

$x=-2$ হলে, $1 = -2B$

$$B = -\frac{1}{2}$$

(1)-নং সমীকরণ থেকে পাই, $\frac{1}{x(x+2)} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$

সুতরাং, $S_\infty = x^2 + 2x + 2 + \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$

যা নির্ণয়ে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ।

প্রশ্ন ▶ ৬ $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

ক. প্রদত্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত এবং n তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. গাণিতিক আরোহ পদ্ধতির সাহায্যে দেখাও যে, $r \neq 1$ হলে, ধারাটির n তম আংশিক সমষ্টি, $S_n = a \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ 8

গ. $|r| < 1$ হলে, অসীম ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

একটি গুণোত্তর ধারা, যার 1ম পদ = a

$$\therefore \text{সাধারণ অনুপাত} = \frac{ar}{a} = r$$

$$\therefore \text{ধারাটির } n\text{ তম পদ} = ar^{n-1} \text{ (Ans.)}$$

খ 'ক' হতে পাই,

$$\text{ধারাটির সাধারণ অনুপাত} = \frac{ar}{a} = r$$

$$\therefore \text{ধারাটির } n\text{তম পদ} = ar^{n-1}$$

\therefore প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার n তম আংশিক সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; r \neq 1$$

$$\text{অর্থাৎ, } a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; r \neq 1$$

প্রথম ধাপ:

$$\text{এখানে, } a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \dots \dots (i)$$

$n=1$ এর জন্য (i) নং বাক্যটি সত্য,

$$\text{কারণ, বামপক্ষ} = a \text{ এবং ডানপক্ষ} = \frac{a(1-r^1)}{1-r} = \frac{a(1-r)}{(1-r)} = a$$

দ্বিতীয় ধাপ:

ধরি, $n=m$ এর জন্য (i) নং বাক্যটি সত্য, অর্থাৎ

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{m-1} = \frac{a(1-r^m)}{1-r} \dots \dots (ii)$$

এখন, (i) নং বাক্যটি $n=m+1$ এর জন্যও সত্য হবে যদি

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{m+1-1} = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$$

বা, $a + ar + ar^2 + \dots + ar^m = \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$ (iii) সত্য হয়।

এখন, (ii) নং এর উভয় পক্ষে ar^m যোগ করে পাই,

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{m-1} + ar^m = \frac{a(1-r^m)}{1-r} + ar^m$$

$$= \frac{a - ar^m + ar^m - ar^m \cdot r}{1-r}$$

$$= \frac{a(1-r^{m+1})}{1-r}$$

∴ (iii) নং বাক্যটি প্রমাণিত হলো অর্থাৎ $n = m + 1$ এর জন্য (i) নং বাক্যটি সত্য।

∴ গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি অনুযায়ী সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য

(i) নং বাক্যটি সত্য। (দেখানো হলো)

গ 'খ' হতে পাই, $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$|r| < 1$ হলে, অর্থাৎ $-1 < r < 1$ হলে, n এর মান বৃদ্ধি করলে ($n \rightarrow \infty$ হলে) $|r^n|$ এর মান 0-এর কাছাকাছি হয়। অর্থাৎ r^n এর প্রান্তীয় মান 0 হয়। ফলে S_n এর প্রান্তীয় মান,

$$S_\infty = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r} = \frac{a}{1-r}$$

∴ অসীম ধারাটির সমষ্টি $S_\infty = \frac{a}{1-r}$. (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৭ একটি অনন্ত গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ তৃতীয় পদ অপেক্ষা $\frac{1}{6}$ বেশি এবং তৃতীয় পদ পঞ্চম পদ অপেক্ষা $\frac{14}{27}$ বেশি।

- ক. প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r , ($r > 0$) হলে, ধারাটির তৃতীয় ও পঞ্চম পদ কত? ২
- খ. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪
- গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = r

জানা আছে, গুণোত্তর ধারার n তম পদ = ar^{n-1}

∴ ধারাটির তৃতীয় পদ = $ar^{3-1} = ar^2$ (Ans.)

এবং পঞ্চম পদ = $ar^{5-1} = ar^4$ (Ans.)

খ 'ক' থেকে পাই, ধারাটির তৃতীয় পদ = ar^2 এবং পঞ্চম পদ = ar^4

প্রশ্নমতে, $a - ar^2 = \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$ (i)

এবং $ar^2 - ar^4 = \frac{14}{27}$ (ii)

(ii) নং সমীকরণকে (i)নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^2 - ar^4}{a - ar^2} = \frac{\frac{14}{27}}{\frac{7}{6}}$$

বা, $\frac{ar^2(1-r^2)}{a(1-r^2)} = \frac{14}{27} \times \frac{6}{7}$

বা, $r^2 = \frac{4}{9}$

∴ $r = \frac{2}{3}$

∴ সাধারণ অনুপাত $r = \frac{2}{3}$ (Ans.)

গ 'খ' থেকে পাই, সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{2}{3}$

r এর মান 'খ' এর (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$a - a \cdot \frac{4}{9} = \frac{7}{6}$$

বা, $\frac{9a - 4a}{9} = \frac{7}{6}$

বা, $\frac{5a}{9} = \frac{7}{6}$

বা, $5a = \frac{7 \times 9}{6}$

বা, $a = \frac{7 \times 9}{6 \times 5}$

∴ $a = \frac{21}{10}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারা, $a + ar + ar^2 + \dots$

∴ ধারাটি: $\frac{21}{10} + \frac{7}{5} + \frac{14}{15} + \dots$ (Ans.)

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ যেখানে, $|r| < 1$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{\frac{21}{10}}{1 - \frac{2}{3}}$ [মান বসিয়ে]

$$= \frac{\frac{21}{10}}{\frac{3-2}{3}} = \frac{21}{10} \times \frac{3}{1} = \frac{63}{10}$$

$$= \frac{21}{10} \times \frac{3}{1} = \frac{63}{10} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ৮ $\left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right\}$ একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ।

- ক. অনুক্রমটি তৈরি কর। ২
- খ. অনুক্রমটির 22 তম পদ এবং 1ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. n এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে অনুক্রমটির যোগফল শূন্য হবে? ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $n = 1, 2, 3, \dots$ এর জন্য অনুক্রমটি হলো

$$\cos \frac{\pi}{2}, \cos \pi, \cos \frac{3\pi}{2}, \cos 2\pi, \dots \text{ (Ans.)}$$

খ অনুক্রমটির 22 তম পদ = $\cos\left(\frac{22\pi}{2}\right) = \cos\left(22 \cdot \frac{\pi}{2} + 0\right)$
 $= -\cos 0^\circ = -1$ (Ans.)

এখন, অনুক্রমের 1ম দশটি পদ হলো:

$$0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1 \dots$$

∴ 1ম দশটি পদের সমষ্টি = -1 (Ans.)

গ $n = 1, 2, 3, \dots$ ইত্যাদির জন্য অনুক্রমটির মান পাই,

$$\cos\left(\frac{1 \cdot \pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{2}\right) = -1$$

$$\cos\left(\frac{3 \cdot \pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{4 \cdot \pi}{2}\right) = 1$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{2}\right) = 0$$

.....
.....

∴ অনুক্রমটি হবে:

0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1,

লক্ষ করি: প্রথম 4টি পদের যোগফল = 0

প্রথম 8টি পদের যোগফল = 0

প্রথম 12টি পদের যোগফল = 0

সুতরাং n-এর মান 4 এর গুণিতক যেকোনো সংখ্যার জন্য অনুক্রমের যোগফল শূন্য হবে। (Ans.)

প্রশ্ন ৯ একজন ম্যারাথন রেসার একদিন খেয়াল করলেন যে, তিনি দৌড় শুরু করার প্রথম মিনিটে যত মিটার দৌড়ান দ্বিতীয় মিনিটে তার $\frac{9}{10}$ অংশ দৌড়াতে পারেন। প্রতি মিনিটে ঐ দৌড়বিদের ক্ষমতা এভাবে কমতে থাকে। তিনি একদা দৌড় শুরু করার পর দেখলেন যে, তিনি প্রথম মিনিটে 500 মিটার দৌড়েছেন।

- ক. প্রতি মিনিটে দৌড়বিদের অতিক্রান্ত দূরত্ব ধারার সাহায্যে প্রকাশ কর। ২
- খ. ঐ দিন তিনি এক ঘণ্টা দৌড়ালে মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করেছিলেন? ৪
- গ. কত মিটার দৌড়ানোর পর তিনি ক্লান্ত হয়ে থেমে গিয়েছিলেন বলে তুমি মনে কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

- ক** ধারাটির প্রথম পদ = 500. [১ম মিনিটে দৌড় 500 মিটার]
ধারাটির দ্বিতীয় পদ = $500 \times \frac{9}{10} = 450$ [২য় মিনিটে দৌড়]
ধারাটির তৃতীয় পদ = $450 \times \frac{9}{10} = 405$ [৩য় মিনিটে দৌড়]
সুতরাং ধারাটি, $500 + 450 + 405 + \dots$ (Ans.)

খ আমরা জানি, এক ঘণ্টা = 60 মিনিট
সুতরাং প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম 60 পদের যোগফল হবে এক ঘন্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব।

ধারাটি একটি গুনোত্তর ধারা। যার প্রথম পদ, $a = 500$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{9}{10}$

যেহেতু $r < 1$

∴ ধারাটির প্রথম 60 পদের সমষ্টি,

$$S_{60} = \frac{a(1-r^{60})}{1-r} = \frac{500 \left\{ 1 - \left(\frac{9}{10}\right)^{60} \right\}}{1 - \frac{9}{10}}$$

$$= \frac{500 \{ 1 - (0.9)^{60} \}}{\frac{1}{10}} = \frac{499.101}{0.1} = 4991.014$$

∴ এক ঘন্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব = 4991 মিটার (প্রায়) (Ans.)

গ প্রতি মিনিটে দৌড় বিদের অতিক্রান্ত দূরত্ব ধীরে ধীরে কমতে কমতে এক সময় শূন্যের কাছাকাছি চলে আসবে। তখন তিনি ক্লান্ত হয়ে থেমে যাবেন। সুতরাং সম্পূর্ণ ধারাটির যোগফল হবে দৌড়বিদের মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব অর্থাৎ ধারাটির অসীম সমষ্টি।

ধারার অসীমতক সমষ্টি, $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{500}{1 - \frac{9}{10}} = \frac{500}{\frac{1}{10}}$

$$= 500 \times 10 = 5000$$

সুতরাং মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব = 5,000 মিটার (Ans.)

প্রশ্ন ১০ একটি অনুক্রমের r-তম পদ $U_r = \frac{1}{r(r+1)}$

- ক. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটি সম্পর্কে কী বলা যায়? ২
- খ. ধারাটির 10ম পদ এবং প্রথম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় করে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর এবং r এর মান যথেষ্ট ছোট হলে U_r এর প্রান্তীয় মান কী হবে? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

একটি অনুক্রমের r-তম পদ, $U_r = \frac{1}{r(r+1)}$

∴ ধারাটি হলো : $U_1 + U_2 + U_3 + \dots$

$$= \frac{1}{1(1+1)} + \frac{1}{2(2+1)} + \frac{1}{3(3+1)} + \frac{1}{4(4+1)} + \dots$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots \text{ (Ans.)}$$

খ ধারাটির 10তম পদ, $U_{10} = \frac{1}{10(10+1)}$

$$= \frac{1}{10 \times 11} = \frac{1}{110} \text{ (Ans.)}$$

∴ ধারাটির ১ম 10টি পদের সমষ্টি,

$$S_{10} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{10}$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots$$

$$+ \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right)$$

$$[\because U_r = \frac{1}{r(r+1)} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r+1}]$$

$$= 1 - \frac{1}{11} = \frac{11-1}{10}$$

$$= \frac{10}{11} = 0.909 \text{ (প্রায়) (Ans.)}$$

গ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান। ধারাটির r-পদের সমষ্টি,

$$S_r = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_r$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+1}\right)$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{r+1} = 1 - \frac{1}{r+1} = \frac{r+1-1}{r+1} = \frac{r}{r+1}$$

$$\therefore S_r = \frac{r}{r+1} = \frac{r}{r(1 + \frac{1}{r})} = \frac{1}{1 + \frac{1}{r}}$$

$r \rightarrow \infty$ (অসীম) হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি,

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\infty}} = \frac{1}{1+0} = 1 \text{ } [\because \frac{1}{\infty} = 0]$$

∴ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি 1 (Ans.)

$U_r = \frac{1}{r(r+1)}$ এখানে দেখা যায় যে, r এর মান বৃদ্ধি পেলে U_r এর মান হ্রাস পায় এবং r এর মান হ্রাস পেলে U_r এর মান বৃদ্ধি পায়। r এর মান যথেষ্ট বড় হলে U_r এর প্রান্তীয় মান শূন্যের দিকে ধাবিত হয়।



উত্তর সংকেতসহ সৃজনশীল প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১১ $a = 9 + 99 + 999 + \dots$ ◀ শিখনফল-৩ ও ৪

$$b = \frac{1}{2x+3} + \frac{1}{(2x+3)^2} + \frac{1}{(2x+3)^3} + \dots$$

ক. $x = 2$ হলে b এর অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে b ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. a এর প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{6}$; খ. $x > -1$ অথবা $x < -2$; $\frac{1}{2x+2}$; গ. $\frac{10}{9} (10^m - 1) - m$;

প্রশ্ন ▶ ১২ নিচে এই ধারাটি বিদ্যমান — ◀ শিখনফল-২, ৩ ও ৪

$$1 + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3} + \dots$$

ক. ধারাটি কোন প্রকৃতির? সাধারণ অনুপাত কত? ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. গুণোত্তর, $\frac{1}{x+1}$; খ. $x < -2$ অথবা, $x > 0$; গ. $\frac{x+1}{x}$

প্রশ্ন ▶ ১৩ $9 + 27 + 81 + 243 + \dots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

◀ শিখনফল-৩ ও ৪

ক. ধারাটির তৃতীয় আংশিক সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির r তম পদ, ৬ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. ১১৭ খ. $9 \cdot 3^{r-1}$, ২১৮৭ গ. $\frac{9}{2} (3^{20} - 1)$

প্রশ্ন ▶ ১৪ একটি অসীম গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ১ এবং সাধারণ

$$\text{অনুপাত } -\frac{2}{7}।$$

◀ শিখনফল-২, ৩ ও ৪

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির দশম পদ নির্ণয় করে প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $1 - \frac{2}{7} + \frac{2^2}{7^2} - \frac{2^3}{7^3} + \dots$; খ. $\frac{7^{10} - 2^{10}}{9 \cdot 7^9}$; গ. $\frac{7}{9}$

প্রশ্ন ▶ ১৫ নিচের ধারাটি লক্ষ্য কর :

$$\frac{1}{2x+5} + \frac{1}{(2x+5)^2} + \frac{1}{(2x+5)^3} + \dots$$

★ [খাদিশখর ক্যান্টিনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. $x = 1$ হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. $x = -1$ হলে ধারাটির ১৫ তম পদ এবং প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots$; $\frac{1}{7}$; খ. $\frac{1}{3^{15}}$, $\frac{(3^{20} - 1)}{2 \cdot 3^{20}}$; গ. $x < -3$

$$\text{অথবা } x > -2, \frac{1}{2x+4}$$

প্রশ্ন ▶ ১৬ $a = \frac{1}{3x-1} = r, 4.035$

[এ.ভি.জে.এম. সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, মুন্সিগঞ্জ]

ক. একটি অনুক্রম ও একটি অসীম ধারার উদাহরণ দাও। ২

খ. আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশটিকে অনন্ত গুণোত্তর ধারার মাধ্যমে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

গ. অসীম গুণোত্তর ধারাটি গঠন কর। x এর উপর প্রযোজ্য শর্তসহ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. $\frac{799}{198}$; গ. $\frac{1}{3x-1} + \frac{1}{(3x-1)^2} + \frac{1}{(3x-1)^3} + \dots$; $x > \frac{2}{3}$

$$\text{অথবা } x < 0; \frac{1}{3x-2}$$

প্রশ্ন ▶ ১৭ $(2x+1)^{-1} + (2x+1)^{-2} + (2x+1)^{-3} + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির দশম পদ এবং ১ম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর যখন $x = 1$ । ৪

গ. প্রদত্ত ধারাটিতে x -এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2x+1}$

$$\text{খ. } \frac{1}{3^{10}}, \frac{1}{2 \cdot 3^7} (3^7 - 1);$$

$$\text{গ. } x < -1 \text{ অথবা } x > 0; \frac{1}{2x}$$

প্রশ্ন ▶ ১৮ (i) $b = 2\frac{1}{3} + 2\frac{-1}{3}$

(ii) $\frac{1}{y+1} + \frac{1}{(y+1)^2} + \frac{1}{(y+1)^3} + \dots$

ক. $(k - \frac{x}{3})^7$ এ বিস্তৃতিতে K^3 এর সহগ ৫৬০ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $2b^3 - 6b - 5 = 0$ ৪

গ. y এর ওপর কি শর্ত আরোপ করলে (ii) নং ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $x = \pm 6$; গ. শর্ত : $y < -2$ অথবা $y > 0$; সমষ্টি = $\frac{1}{y}$

প্রশ্ন ▶ ১৯ একটি গুণোত্তর ধারার ১ম, ২য় ও ৩য় পদ যথাক্রমে

$$x + 5, x \text{ ও } x - 4.$$

ক. x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. পদ তিনটি কত ও সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

$$\text{উত্তর: ক. } 20; \text{ খ. } 25, 20, 16, \frac{4}{5}; \text{ গ. } 25 + 20 + 16 + \dots \text{ এবং } 125.$$

প্রশ্ন ▶ ২০ $9 + 27 + 81 + 243 + \dots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

◀ শিখনফল-৩ ও ৪

ক. ধারাটির তৃতীয় আংশিক সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির r তম পদ, ৬ তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 117 খ. 9.3^{r-1} , 2187 গ. $\frac{9}{2}(3^{20}-1)$

প্রশ্ন ▶ ২১ $a = 9 + 99 + 999 + \dots$ ◀ শিখনফল-৩ ও ৪

$$b = \frac{1}{2x+3} + \frac{1}{(2x+3)^2} + \frac{1}{(2x+3)^3} + \dots$$

ক. $x = 2$ হলে b এর অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে b ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. a এর প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{6}$; খ. $x > -1$ অথবা $x < -2$; $\frac{1}{2x+2}$; গ. $\frac{10}{9}(10^m-1) - m$;

প্রশ্ন ▶ ২২ নিচে এই ধারাটি বিদ্যমান — ◀ শিখনফল-২, ৩ ও ৪

$$1 + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3} + \dots$$

ক. ধারাটি কোন প্রকৃতির? সাধারণ অনুপাত কত? ২

খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. গুণোত্তর, $\frac{1}{x+1}$; খ. $x < -2$ অথবা, $x > 0$; গ. $\frac{x+1}{x}$

প্রশ্ন ▶ ২৩ একটি অসীম গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 1 এবং সাধারণ

অনুপাত $-\frac{2}{7}$ । ◀ শিখনফল-২, ৩ ও ৪

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির দশম পদ নির্ণয় করে প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $1 - \frac{2}{7} + \frac{2^2}{7^2} - \frac{2^3}{7^3} + \dots$; খ. $\frac{7^{10}-2^{10}}{9 \cdot 7^9}$; গ. $\frac{7}{9}$

প্রশ্ন ▶ ২৪ $\frac{1}{2x+5} + \frac{1}{(2x+5)^2} + \frac{1}{(2x+5)^3} + \dots$

ক. $x = 1$ হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. $x = -1$ হলে ধারাটির 15 তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots$; $\frac{1}{7}$; খ. $\frac{1}{3^{15}}$, $\frac{(3^{20}-1)}{2 \cdot 3^{20}}$; গ. $x < -3$

অথবা $x > -2$, $\frac{1}{2x+4}$

প্রশ্ন ▶ ২৫ একটি গুণোত্তর ধারার চতুর্থ পদ 6 এবং সপ্তম পদ -48

ক. দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে তথ্যগুলো প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির 1ম 10 পদের সমষ্টি ও অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $ar^3 = 6$ এবং $ar^6 = -48$ খ. $-\frac{3}{4} + \frac{3}{2} - 3 + \dots$

গ. $255 \frac{3}{4}$; অসীমতক সমষ্টি নেই।

প্রশ্ন ▶ ২৬ $9 + 3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots$

ক. ধারাটি কোন ধরনের? ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির 10-তম পদ এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে তা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. গুণোত্তর, $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{2187}$, $\frac{1093}{81}$ গ. $\frac{27}{2}$

প্রশ্ন ▶ ২৭ $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$

ক. ধারাটির ষষ্ঠ পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির 4টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে তবে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{4\sqrt{2}}$; খ. $\frac{3\sqrt{2}}{4}(\sqrt{2}+1)$; গ. $2 + \sqrt{2}$

প্রশ্ন ▶ ২৮ একটি ধারার n -তম পদ $2(-1)^{n-1}$.

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির 1ম দশটি পদের সমষ্টি কত? ৪

গ. ধারাটির যদি অসীমতক সমষ্টি থাকে তবে- তা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $2 - 2 + 2 - 2 + \dots$; খ. 0; গ. অসীমতক সমষ্টি নেই।

প্রশ্ন ▶ ২৯ $4 + 8 + 16 + 32 + \dots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত এবং চতুর্থ আংশিক সমষ্টি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির 7-তম পদ, 10তম পদ এবং r তম নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি (যদি থাকে) নির্ণয় কর। ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. 2, 60; খ. 256, 2048, 2^{r+1} ; গ. নেই, $4(2^{20}-1)$

প্রশ্ন ▶ ৩০ $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots$, একটি ধারা।

ক. প্রদত্ত ধারাটির r তম পদ ও দশম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির 1ম n পদের সমষ্টি S_n নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর এবং n এর মান যথেষ্ট বড় হলে S_n এর প্রান্তীয় মান সম্পর্কে কী বলা যায়? ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{r(r+1)}$; 10.11 খ. $\frac{n}{n+1}$

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি 1

প্রশ্ন ▶ ৩১ $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{(1-x)^2} + \frac{1}{(1-x)^3} + \dots$

ক. ধারাটির সাধারণ পদ ও সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. x এর মান -1 এবং $\frac{1}{2}$ হলে যে দুইটি আলাদা ধারা পাওয়া যায় তাদের প্রথম দশটি পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪

গ. পদ সংখ্যা বাড়ার সাথে সাথে ধারা দুইটির যোগফলে কী ধরনের ভিন্নতা পরিলক্ষিত হয়? ধারা দুইটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{(1-x)^n}$; $\frac{1}{1-x}$ খ. $\frac{1023}{1024}$, 2046; গ. 1, সমষ্টি নেই।

প্রশ্ন ▶ ৩২ $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} - \frac{8}{5^4} + \dots$

ক. উদাহরণসহ সমান্তর ধারার সংজ্ঞা দাও। ২

খ. উদ্দীপকের ধারাটির ২০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি যদি থাকে তবে তা নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: খ. $\frac{5^{20}-2^{20}}{7.5^{20}}$; গ. $\frac{1}{7}$



নিজেকে যাচাই করি

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ২৫ মিনিট; মান-২৫

১. অসীম গুণোত্তর ধারার ক্ষেত্রে $|r| < 1$ এবং $n \rightarrow \infty$ হলে $|r^n|$ এর প্রান্তীয় মান কীরূপ হবে?

- ক) বৃদ্ধি পায় খ) হ্রাস পায়
গ) পরিবর্তন হয় না ঘ) 0 হয়

২. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} + \dots$ এর অসীমতক সমষ্টি কত?

- ক) $2\sqrt{2} + 2$ খ) $2\sqrt{2} + 1$
গ) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

৩. অনন্ত গুণোত্তর ধারার ক্ষেত্রে—

- i. $|r| < 1$ হলে, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$
ii. $|r| > 1$ হলে, অসীম ধারার কোনো সমষ্টি নাই
iii. $r = -1$ হলে, S_n এর প্রান্তীয় মান পাওয়া যায় না

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৪. সাধারণ পদ $\frac{2n-1}{\pi}$ এর অনুক্রম কোনটি?

- ক) $\frac{1}{\pi}, \frac{2}{\pi}, \frac{3}{\pi}, \dots$ খ) $\frac{1}{\pi}, \frac{3}{\pi}, \frac{5}{\pi}, \dots$
গ) $\frac{2}{\pi}, \frac{4}{\pi}, \frac{6}{\pi}, \dots$ ঘ) $\frac{2}{\pi}, \frac{3}{\pi}, \frac{6}{\pi}, \dots$

৫. $7 + .7 + .07 + .007 + \dots$ ধারাটির ৩য় পদ পর্যন্ত আংশিক যোগফল কত?

- ক) 77.7 খ) 777
গ) .777 ঘ) 7.77

উদ্দীপক হতে (৬-৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$ অসীম ধারা

৬. ধারাটির ৮ম পদ কত হবে?

- ক) $\frac{1}{32}$ খ) $\frac{1}{64}$
গ) $\frac{1}{128}$ ঘ) $\frac{1}{256}$

৭. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত হবে?

- ক) 1 খ) 2
গ) 3 ঘ) 4

৮. $2\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ অনুক্রমটির 7 তম পদ কত?

- ক) $\frac{1}{25}$ খ) $\frac{1}{32}$
গ) $\frac{1}{64}$ ঘ) $\frac{1}{128}$

৯. কোন ধারার n-তম পদ, $U_n = \frac{1}{n+1}$ এবং U_n

$> 10^{-4}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) $n < 10^4$ খ) $n > 10^4 - 1$
গ) $n < 9999$ ঘ) $n > 9999$

১০. 1, 3, 5, 7, 9, ধারাটির 100 তম পদ কত?

- ক) 199 খ) 200
গ) 201 ঘ) 203

১১. $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^3} + \dots$

ধারাটির অসীমতক (সমষ্টি) থাকবে যদি —

- i. $x < -2$ ii. $x > 0$ iii. $x > -2$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১২. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ ধারাটির—

- i. ৫ম পদ 1 ii. ১০ম পদ -1
iii. ১ম সতেরটি পদের সমষ্টি 1

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) ii ও iii
গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৩. 5, 3, 1, -1 অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি?

- ক) $3 - 2n$ খ) $5 - 2n$
গ) $7 - 2n$ ঘ) $6 - 2n$

নিচের তথ্যের আলোকে (১৪-১৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots$

১৪. ধারাটির প্রথম 5টি পদের সমষ্টি কত?

- ক) $\frac{2^{10}-1}{2^8 \times 3}$ খ) $8 \cdot \frac{2^{10}-1}{2^8 \times 3}$

- গ) $8 \cdot \frac{2^8 \times 3}{2^{10}-1}$ ঘ) $\frac{2^8 \times 3}{2^{10}-1}$

১৫. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

- ক) $\frac{19}{2}$ খ) $\frac{32}{3}$
গ) $\frac{34}{3}$ ঘ) $\frac{38}{3}$

১৬. $7 - 7 + 7 - 7 + \dots$ ধারার প্রথম 10টি পদের সমষ্টি কত?

- ক) -10 খ) 0
গ) 1 ঘ) 10

১৭. প্রথম পদ $a = 2$ এবং সাধারণ অনুপাত $r = -\frac{1}{3}$ হলে গুণোত্তর ধারাটির কত?

- ক) $2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9} - \dots$ খ) $2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \dots$
গ) $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$ ঘ) $2 + \frac{2}{3} - \frac{2}{9} - \dots$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে (১৮ ও ১৯) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$1 + 0.1 + 0.01 + .001 + \dots$

১৮. ধারাটির 10 তম পদ কত?

- ক) $\frac{1}{10^{10}}$ খ) $\frac{1}{10^9}$
গ) 10^9 ঘ) 10^{10}

১৯. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

- ক) $\frac{9}{10}$ খ) $\frac{11}{10}$
গ) $\frac{10}{9}$ ঘ) $\frac{100}{9}$

২০. $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \dots$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি?

- ক) \sqrt{n} খ) n
গ) n^2 ঘ) n^3

২১. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots$ ধারাটির r তম পদ কোনটি?

- ক) r-1 খ) r+1
গ) r ঘ) 2r

২২. $1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \dots$ ধারাটির 9 তম পদের মান কত?

- ক) $\frac{1}{81}$ খ) $\frac{1}{27}$
গ) $\frac{1}{9}$ ঘ) $\frac{1}{3}$

২৩. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} + \dots$ ধারাটি—

- i. সমান্তর ধারা
ii. গুণোত্তর ধারা
iii. অসীমতক সমষ্টি বিশিষ্ট

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২৪. 0, 1, 0, 1, 0, 1, অনুক্রমটির—

- i. সাধারণ পদ = $\frac{1 + (-1)^n}{2}$

ii. দশম পদ = 1

iii. 15 তম পদ = 0

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২৫. $\frac{1}{3x+1} + \frac{1}{(3x+1)^2} + \frac{1}{(3x+1)^3} + \dots$

x এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটি অসীমতক সমষ্টি থাকবে?

- ক) $x > \frac{2}{3}$ অথবা $x < 0$

- খ) $x < \frac{2}{3}$ অথবা $x = 0$

- গ) $x > -\frac{2}{3}$ অথবা $x = 0$

- ঘ) $x < -\frac{2}{3}$ অথবা $x > 0$

সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

মান-৫০

[বি. দ্র. যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০]

১০ × ৫ = ৫০

১. ▶ কোন ধারার n তম পদ $U_n = (2x - 1)^{-n+3}$
- ক. $x = 3$ হলে ধারাটি নির্ণয় কর। ২
- খ. ধারাটি নির্ণয় কর। $x = 5$ হলে ধারাটির ৭তম, ৮ তম ও ১০তম পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
২. ▶ $\frac{1}{6y+3} + \frac{1}{(6y+3)^2} + \frac{1}{(6y+3)^3} + \dots$ একটি ধারা।
- ক. সমষ্টি নির্ণয় কর (যদি থাকে): $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$ ২
- খ. $y = 1$ হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রথম দশ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. y এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
৩. ▶ কোন গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ৪ এবং অসীমতক সমষ্টি $\frac{13}{2}$ ।
- ক. সাধারণ অনুপাত r হলে দেখাও যে, $13r + 3 = 0$. ২
- খ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রথম ৪ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. ধারাটির n তম আংশিক সমষ্টি $\frac{2413040}{371293}$ হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪
৪. ▶ $-\frac{16}{7} + \frac{4}{7^2} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{4.7^4} + \dots$
- ক. $\frac{1}{2^2} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{4^2} - \frac{4}{5^2}$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২
- খ. উদ্দীপকের ধারাটির ১৫টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি যদি থাকে তবে তা নির্ণয় কর। ৪

৫. ▶ $R = 12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \dots$
- $S = 4 + 44 + 444 + \dots$
- ক. R ধারাটির ১২ তম পদের মান নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, $S_n = \frac{40}{81}(10^n - 1) - \frac{4}{9}n$. ৪
- গ. R এর n তম আংশিক সমষ্টি S_n হলে, প্রমাণ কর যে, $81(S_8 - S_4) = S_4$. ৪
৬. ▶ $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} > \frac{47}{120}$ ও $x + 15 > 2y$ দুইটি অসমতা এবং $S = 5.037$ ।
- ক. ১ম অসমতাটি সমাধান কর। ২
- খ. অনন্ত গুণোত্তর ধারার মাধ্যমে S কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪
- গ. ২য় অসমতাটির লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪
৭. ▶ $P = 0.8$ এবং $S = (2x - 3)^3 + 1 + \frac{1}{(2x - 3)^3} + \dots$
- ক. P কে ধারা আকারে প্রকাশ কর এবং সমষ্টি (যদি থাকে) নির্ণয় কর। ২
- খ. $x = 5$ হলে S ধারাটির ১৬ তম পদ নির্ণয় কর এবং প্রথম ১০ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
৮. ▶ দুই অজ্ঞকবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে অজ্ঞকদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় ২। সংখ্যাটির সাথে ২৭ যোগ করলে সংখ্যাটির অজ্ঞকদ্বয় স্থান বিনিময় করে।
- ক. $\ln P = 2.3026 \times \log P$ সূত্র ব্যবহার করে $\ln P$ এর আসন্ন মান নির্ণয় কর যেখানে $P = 1000$. ২
- খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর। ৪
- গ. একক ও দশক স্থানের অজ্ঞকদ্বয় যদি কোন গুণোত্তর ধারার ১ম ও ২য় পদ হয় তবে ধারাটি n সংখ্যক পদ পর্যন্ত লিখে সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি

মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১	ঘ	২	গ	৩	ঘ	৪	খ	৫	ঘ	৬	গ	৭	খ	৮	গ	৯	গ	১০	ক	১১	ক	১২	ঘ	১৩	গ
১৪	ঘ	১৫	ঘ	১৬	ঘ	১৭	ক	১৮	খ	১৯	গ	২০	ক	২১	গ	২২	ক	২৩	গ	২৪	ঘ	২৫	ঘ		

সৃজনশীল রচনামূলক

মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১. ক. $5^2 + 5 + 1 + \frac{1}{5} + \dots$	৪. ক. $(-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{n+1}$; খ. $-\frac{64}{29} \left(1 + \frac{1}{28^{15}}\right)$; গ. $\frac{-64}{29}$
খ. $(2x - 1)^2 + (2x - 1) + 1 + \frac{1}{(2x - 1)} + \dots$; 0.00016956	৫. ক. $\frac{4}{59049}$
(প্রায়); গ. $x > 1$ অথবা $x < 0$; $\frac{(2x - 1)^3}{2x - 2}$	৬. ক. $x > \frac{1}{2}$; খ. $\frac{4987}{990}$
২. ক. n^2 ; খ. $\frac{1}{9} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^3} + \dots$; $\frac{1}{8} \left(\frac{9^{10} - 1}{9^{10}}\right)$	৭. ক. $\frac{8}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{8}{10^3} + \dots$; $\frac{8}{9}$ খ. $\frac{1}{7^{42}}; \frac{117649}{342}$
গ. $y > -\frac{1}{3}$ অথবা $y < \frac{-2}{3}; \frac{1}{6y + 2}$	গ. $x > 2$ অথবা $x < 1$; $\frac{(2x - 3)^6}{(2x - 4)(4x^2 - 10x + 7)}$
৩. খ. $8 - \frac{24}{13} + \frac{72}{169} - \dots$; $\frac{13^8 - 3^8}{2 \times 13^7}$; গ. $n = 6$	৮. ক. 6.9078; খ. 36; গ. $\frac{12(2^n - 1)}{2^n}$

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ২৫ মিনিট; মান-২৫

১. নিচের ধারাটির সাধারণ পদ কত?

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{17}, \dots$$

ক) $\frac{1}{n+1}$ খ) $\frac{1}{n-1}$

গ) $\frac{1}{n^2-1}$ ঘ) $\frac{1}{n^2+1}$

২. $1-1+1-1+\dots$ একটি সসীম ধারার—

i. ৫ম পদ 1

ii. ১০ম পদ -1

iii. প্রথম ১৭টি পদের সমষ্টি 1

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) ii ও iii

গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৩. একটি অসীম গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত r কোন শর্তের জন্য ধারাটির অসীমতক সমষ্টি সম্ভব?

ক) $|r| \geq 1$ খ) $|r| < 1$

গ) $|r| \leq 1$ ঘ) $|r| > 1$

৪. যদি একটি ধারার n-তম পদ $\frac{1-(-1)^n}{2}$ হয়,

তবে 2n-তম পদের মান কত?

ক) -1 খ) 0 গ) 1 ঘ) 2

৫. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$

i. একটি গুণোত্তর ধারা

ii. অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান

iii. ধারাটির সাধারণ পদ $= \frac{1}{3^{n-1}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) ii ও iii

গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

ধারাটির লক্ষ কর এবং (৬-৭) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$4, \frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \dots$$

৬. ধারাটির ১ম 5 পদের সমষ্টি কত?

ক) $\frac{160}{27}$ খ) $\frac{484}{81}$ গ) $\frac{12}{9}$ ঘ) $\frac{20}{9}$

৭. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?

ক) 0 খ) 6 গ) 5 ঘ) 7

৮. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots$ ধারাটির অসীমতক

সমষ্টি কত?

ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ) $\sqrt{2}$

গ) $2 + \sqrt{2}$ ঘ) $2 - \sqrt{2}$

৯. $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

i. একটি অসীম গুণোত্তর ধারা

ii. ধারাটির n-তম পদ $= ar^{n-1}$

iii. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

নিচের কোনটি সঠিক

ক) i ও ii খ) ii ও iii

গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

১০. $-2 + 4 - 8 + 16 \dots$ একটি অনন্ত

ধারা। ধারাটির n তম পদ কোনটি?

ক) 2n খ) 2^{-n}

গ) 2^n ঘ) $(-2)^n$

১১. $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$ ধারাটির—

i. n তম পদ 2n

ii. n পদের সমষ্টি $n(n+1)$

iii. অসীমতক সমষ্টি নেই

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii

গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১২. 0.405 কে বিভূত করলে যে ধারা হবে, তার

সাধারণ অনুপাত কত?

ক) 0.1 খ) 0.01

গ) 0.001 ঘ) 0.0001

১৩. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} + \dots$ ধারাটি—

i. সমান্তর ধারা

ii. গুণোত্তর ধারা

iii. অসীমতক সমষ্টি বিশিষ্ট

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii

গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৪. কোন ধারার সাধারণ পদ $1 + (-1)^n$ হলে

ধারাটি কি হবে?

ক) 2, 0, 2, 0, ... খ) 0, 2, 0, 2, ...

গ) 0, 0, 2, 2, ... ঘ) 2, 0, 0, 2, ...

১৫. 3, 5, 7, 9 অনুক্রমটির 15 তম পদ কত?

ক) 23 খ) 31

গ) 33 ঘ) 35

১৬. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n+1} + \dots$

অসীম ধারাটির আংশিক সমষ্টি কত? যেখানে

n জোড় সংখ্যা।

ক) -1 খ) 0

গ) 1 ঘ) 2

নিচের অনুচ্ছেদ হতে (১৭-১৮) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \dots$$

১৭. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি ও কেবল যদি—

ক) $\left| \frac{1}{2x+1} \right| < 1$ খ) $\left| \frac{1}{2x+1} \right| > 0$

গ) $|2x+1| < 0$ ঘ) $|2x+1| \geq 0$

১৮. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে?

ক) $x < -1$ অথবা $x > 0$ খ) $x < 0$ অথবা $x > 1$

গ) $x < 1$ অথবা $x > 0$ ঘ) $-1 < x < 0$

১৯. $|r| < 1$ হলে r^n প্রান্তীয় মান কোনটি?

ক) -1 খ) 0

গ) 1 ঘ) ∞

২০. কোন ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে যদি—

ক) $r > 1$ খ) $-1 < r < 1$

গ) $r = 0$ ঘ) $r = 1$

২১. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots$ ধারার অসীমতক সমষ্টি কত?

ক) $\frac{1}{3}$ খ) $\frac{1}{2}$ গ) 2 ঘ) নেই

২২. $1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \dots$ ধারাটির 9তম পদের মান কত? [ন. প্র. ব. বো.]

ক) $\frac{1}{81}$ খ) $\frac{1}{27}$ গ) $\frac{1}{9}$ ঘ) $\frac{1}{3}$

২৩. $1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 \dots$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

ক) 1 খ) 10 গ) $\frac{1}{10}$ ঘ) $\frac{1}{100}$

২৪. সসীম গুণোত্তর ধারার ক্ষেত্রে $|r| < 1$ এবং $n \rightarrow \infty$ হলে $|r^n|$ এর মান—

ক) হ্রাস পায় খ) বৃদ্ধি পায়

গ) পরিবর্তন হয় না ঘ) 0 হয়

২৫. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots$ গুণোত্তর ধারার—i. সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{2}$ ii. সপ্তম পদ $\frac{1}{2^7}$

iii. অসীমতক সমষ্টি 2

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i খ) i ও iii

গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii



সৃজনশীল প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

মান-৫০

[বি. দ্র. যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০

১০ × ৫ = ৫০]

১. ▶ $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(1+x)^3} + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা এবং $6 + 66 + 666 + \dots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি S_n ।
- ক. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} + \dots$ ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় করো। ২
- খ. x এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে, ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪
- গ. দেখাও যে, $S_n = \frac{2}{3} \left\{ \frac{10}{9} (10^n - 1) - n \right\}$ ৪
২. ▶ একটি গুণোত্তর ধারার n তম পদ $U_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{(x+1)^n}$; $n \in \mathbb{N}$.
- ক. ধারাটি নির্ণয় করে সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
- খ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং তা নির্ণয় কর। ৪
- গ. $x = 1$ এর জন্য উক্ত ধারার অসীমতক সমষ্টি থাকবে কিনা? থাকলে যুক্তিসহ তা নির্ণয় কর। ৪
৩. ▶ একটি ধারার n তম পদ $U_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{(3x+1)^n}$; $n \in \mathbb{N}$
- ক. 2.305 কে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ২
- খ. $x = 1$ এর জন্য ধারাটি নির্ণয় করে এর ১ম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪
- গ. ধারাটির x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪
৪. ▶ $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{4}{5^3} - \frac{8}{5^4} + \dots$
- ক. উদাহরণসহ সমান্তর ধারার সংজ্ঞা দাও। ২
- খ. উদ্দীপকের ধারাটির 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি যদি থাকে তবে তা নির্ণয় কর। ৪

৫. ▶ $9 + 3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots$
- ক. ধারাটি কোন ধরনের? সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
- খ. ধারাটির 10 তম পদ এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে নির্ণয় কর। ৪
৬. ▶ $12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \dots$ একটি অসীম ধারা।
- ক. অনুক্রম কী? ২
- খ. ধারাটির 10 তম পদের মান এবং প্রথম 10টি পদের সমষ্টি কত? ৪
- গ. প্রদত্ত ধারাটির n তম আংশিক সমষ্টি S_n হলে, প্রমাণ কর যে, $81(S_8 - S_4) = S_4$ ৪
৭. ▶ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $\frac{3}{4}$ এবং অসীমতক সমষ্টি $\frac{3}{5}$ এবং একটি অনুক্রমের n তম পদ $U_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$.
- ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত এবং ধারাটি নির্ণয় করো। ২
- খ. গুণোত্তর ধারাটির n তম আংশিক সমষ্টি $S_n = \frac{153}{256}$ হলে, $n = ?$ ৪
- গ. অনুক্রমটি থেকে ধারা গঠন করে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪
৮. ▶ $\frac{1}{4x+1} + \frac{1}{(4x+1)^2} + \frac{1}{(4x+1)^3} + \frac{1}{(4x+1)^4} + \dots$ একটি ধারা।
- ক. $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \dots$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ নির্ণয় কর? ২
- খ. যদি $x = 1$ হয়, ধারাটির 7ম পদ এবং প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
- গ. x এর উপর কি শর্ত আরোপ করলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে? অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

নিজেকে যাচাই করি: বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১	ঘ	২	ঘ	৩	খ	৪	খ	৫	ঘ	৬	খ	৭	খ	৮	গ	৯	ক	১০	ঘ	১১	ঘ	১২	গ	১৩	গ
১৪	খ	১৫	খ	১৬	খ	১৭	ক	১৮	ক	১৯	খ	২০	খ	২১	খ	২২	ক	২৩	গ	২৪	ঘ	২৫	খ		

নিজেকে যাচাই করি: সৃজনশীল প্রশ্ন

১. ক. $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{x}$
২. ক. $-\frac{1}{x+1}$; খ. $x > 0$ অথবা $x < -2$; গ. $\frac{1}{3}$
৩. ক. $2 \frac{305}{999}$; খ. $\frac{13107}{65536}$
- গ. $x > 0$ অথবা $x < -\frac{2}{3}$; $\frac{1}{3x+2}$
৪. খ. $\frac{1}{7} \left\{ 1 - \left(\frac{2}{5} \right)^{20} \right\}$; গ. $\frac{1}{7}$
৫. ক. গুণোত্তর ধারা; $\frac{1}{3}$; খ. $\frac{1}{2187}$; $\frac{1093}{81}$; গ. $\frac{27}{2}$
৬. খ. $\frac{4}{6561}$; $\frac{118096}{6561}$
৭. ক. $-\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4} - \frac{3}{16} + \frac{3}{64} - \dots$; খ. 4; গ. $\frac{1}{2}$
৮. ক. $(-1)^{n+1} \cdot \frac{n}{n+1}$; খ. $\frac{1}{5^7}$; $\frac{78124}{312500}$
- গ. $x > 0$ অথবা $x < -\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4x}$