

মূল বইয়ের অতিরিক্ত অংশ

দশম অধ্যায়: দ্বিপদী বিস্তৃতি



পরীক্ষায় কমন পেতে আরও প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ $A = \left(2x^3 + \frac{1}{x}\right)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।

- ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার লিখ। ২
খ. দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতির কত তম পদ x বর্জিত? এবং সেই x বর্জিত পদটির মান নির্ণয় কর যখন $n = 20$ ৪
গ. A এর বিস্তৃতিতে ৫ তম ও ৬ তম পদের সহগ পরস্পর সমান হলে n -এর মান এবং মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকারটি হল :

$$(x + y)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1}y + \binom{n}{2} x^{n-2}y^2 + \binom{n}{3} x^{n-3}y^3 + \dots + y^n$$

খ দেওয়া আছে, $A = \left(2x^3 + \frac{1}{x}\right)^n$

ধরি, দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদ x বর্জিত

$$\therefore (r + 1) \text{ তম পদ} = \binom{n}{r} (2x^3)^{n-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r$$

$$= \binom{n}{r} (2)^{n-r} (x)^{3n-3r-r} = \binom{n}{r} 2^{n-r} x^{3n-4r}$$

যেহেতু, $(r + 1)$ তম পদ x বর্জিত

$$\therefore 3n - 4r = 0 \text{ বা, } 4r = 3n \text{ বা, } 4r = 3 \times 20 \text{ [}\because n = 20\text{]}$$

$$\text{বা, } r = \frac{60}{4} \therefore r = 15$$

\therefore বিস্তৃতিটির $(15 + 1)$

বা, ১৬ তম পদটি x বর্জিত। (Ans.)

$$\therefore x \text{ বর্জিত পদটির মান} = {}^{20}C_{15} 2^{20-15} x^{3 \cdot 20 - 4 \cdot 15}$$

$$= {}^{20}C_{15} 2^5 \cdot x^0 = 496128 \text{ (Ans.)}$$

গ এখানে, A এর বিস্তৃতিতে, ৫ তম পদ

$$\text{বা, } (4 + 1) \text{ তম} = \binom{n}{4} 2^{n-4} x^{3n-16} \text{ ['খ' হতে]}$$

$$\text{এবং ৬ তম পদ বা, } (5 + 1) \text{ তম পদ} = \binom{n}{5} 2^{n-5} x^{3n-4 \cdot 5}$$

$$= \binom{n}{5} 2^{n-5} x^{3n-20}$$

$$\text{শর্তমতে, } \binom{n}{4} 2^{n-4} = \binom{n}{5} 2^{n-5}$$

$$\text{বা, } \frac{n!}{(n-4)! 4!} = \frac{n!}{(n-5)! 5!} \frac{2^{n-5}}{2^{n-4}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{(n-4)(n-5)! 4!} = \frac{1}{(n-5)! 5 \cdot 4!} 2^{n-5-n+4}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{n-4} = \frac{1}{5 \times 2} \text{ বা, } n - 4 = 10$$

$$\text{বা, } n = 10 + 4 \therefore n = 14 \text{ (Ans.)}$$

A এর বিস্তৃতিতে $\left(\frac{14}{2} + 1\right)$ তম পদ বা, ৮ তম পদ মধ্যপদ

$$\therefore \left(2x^3 + \frac{1}{x}\right)^{14} \text{ এর বিস্তৃতিতে অষ্টম পদ বা } (7 + 1) \text{ তম পদ}$$

$$= \binom{14}{7} 2^{14-7} x^{3 \cdot 14 - 4 \cdot 7} = \binom{14}{7} \cdot 2^7 \cdot x^{14} = 439296x^{14}$$

$$\therefore \text{ মধ্যপদ} = 439296x^{14} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২ দুটি দ্বিপদী রাশি যথাক্রমে $A = \left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ এবং $B = (1 + ax)^7$

যেখানে $a \neq 0$

[দে. প্র. চা. বো.]

- ক. $a = 1$ হলে B এর বিস্তৃতিতে সহগগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
খ. B এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 সহগ পরস্পর সমান হলে a নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, A এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান ১১২০। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = (1 + ax)^7$

$$\therefore a = 1 \text{ হলে } B = (1 + x)^7$$

$n = 0$ হলে,

$n = 0$	হলে,										
$n = 1$	„			1							
$n = 2$	„			1	2	1					
$n = 3$	„			1	3	3	1				
$n = 4$	„			1	4	6	4	1			
$n = 5$	„			1	5	10	10	5	1		
$n = 6$	„			1	6	15	20	15	6	1	
$n = 7$	„			1	7	21	35	35	21	7	1

সহগগুলোর সমষ্টি = $1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 = 128$

খ দেওয়া আছে, $B = (1 + ax)^7$

ধরি, $(1 + ax)^7$ এর বিস্তৃতিতে $r + 1$ তম পদে x^3 এবং x^4 আছে।

$$r + 1 \text{ তম পদে} = {}^7C_r (ax)^r = {}^7C_r a^r x^r$$

যেহেতু ইহাতে x^3 এবং x^4 আছে। সেহেতু $r = 3$ অথবা $r = 4$

$$x^3 \text{ এর সহগ} = {}^7C_3 a^3$$

$$x^4 \text{ এর সহগ} = {}^7C_4 a^4$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } {}^7C_3 a^3 = {}^7C_4 a^4$$

$$\text{বা, } {}^7C_4 a^4 = {}^7C_3 a^3 \text{ বা, } 35a^4 = 35a^3$$

$$\therefore a = 1$$

গ দেওয়া আছে, $A = \left(x + \frac{2}{x}\right)^8$

যেহেতু $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে পদের সংখ্যা = $8 + 1$ বা ৯ যা বিজোড় সংখ্যা। অতএব মধ্যপদ হবে একটি।

অর্থাৎ মধ্যপদ হবে $\left(\frac{8}{2} + 1\right)$ বা ৫-তম পদ।

$$\therefore 5 \text{ তম পদ বা, } (4 + 1) \text{ তম পদ} = {}^8C_4 x^{8-4} \left(\frac{2}{x}\right)^4$$

$$= {}^8C_4 x^4 \frac{2^4}{x^4} = {}^8C_4 2^4$$

$$= 1120 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৩ $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6$ এবং $\left(k - \frac{y}{4}\right)^5$ দুইটি দ্বিপদী রাশি। *[ন. প্র. দি. বো.]*

- ক. প্রথম দ্বিপদী রাশিকে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২
 খ. 'ক' এর সাহায্যে $(1.9975)^6$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪
 গ. দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 160 হলে, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6 = 2^6 + {}^6C_1 2^{6-1} \left(\frac{x}{4}\right)^1 + {}^6C_2 2^{6-2} \left(\frac{x}{4}\right)^2 + {}^6C_3 2^{6-3} \left(\frac{x}{4}\right)^3 + \dots$
 $= 64 + 6 \cdot 2^5 \left(\frac{x}{4}\right)^1 + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot 2^4 \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 2^3 \left(\frac{x}{4}\right)^3 + \dots$
 $= 64 + 48x + 15x^2 + 2.5x^3 + \dots$ (Ans.)

খ এখন, $2 + \frac{x}{4} = 1.9975$

বা, $\frac{x}{4} = 1.9975 - 2$

বা, $\frac{x}{4} = -0.0025 \therefore x = -0.01$

এখন $\left\{2 + \frac{(-0.01)}{4}\right\}^6 = 64 + 48(-0.01) + 15(-0.01)^2 + 2.5(-0.01)^3 + \dots$ ['ক' হতে]

বা, $(1.9975)^6 = 64 - 0.48 + 0.0015 - 0.0000025 + \dots$
 $= 64.0015 - 0.4800025 + \dots$
 $= 63.5215$ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত] (Ans.)

গ $\left(k - \frac{y}{4}\right)^5 = k^5 + {}^5C_1 k^{5-1} \left(\frac{-y}{4}\right)^1 + {}^5C_2 k^{5-2} \left(\frac{-y}{4}\right)^2 + {}^5C_3 k^{5-3} \left(\frac{-y}{4}\right)^3 + {}^5C_4 k^{5-4} \left(\frac{-y}{4}\right)^4 + \dots$
 $= k^5 + 5k^4 \left(\frac{-y}{4}\right) + 10k^3 \frac{y^2}{16} + 10k^2 \left(\frac{-y^3}{64}\right) + 5k \frac{y^4}{256} + \dots$

প্রশ্নমতে, $\frac{10y^2}{16} = 160$ বা, $y^2 = \frac{160 \times 16}{10}$

বা, $y^2 = 16 \times 16$ বা, $y = \pm 16$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৪ যদি (i) $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ ও (ii) $(a + 3x)^n$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি। *[ন. প্র. ব. বো.]*

- ক. (i) এর বিস্তৃতির প্রথম চারটি পদ নির্ণয় কর। ২
 খ. (i) এর বিস্তৃতির x^{10} ও x^{-20} এর সহগ সমান হলে, দেখাও যে, $a = 2$ । ৪
 গ. (ii) এর বিস্তৃতির প্রথম তিনটি পদের মান যথাক্রমে p , $\frac{21}{2} px$ ও $189 qx^2$ হলে p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতি $= (2x^2)^{10} + {}^{10}C_1 (2x^2)^9 \left(\frac{a}{x^3}\right) + {}^{10}C_2 (2x^2)^8 \left(\frac{a}{x^3}\right)^2 + {}^{10}C_3 (2x^2)^7 \left(\frac{a}{x^3}\right)^3 + \dots$

$$= 2^{10} x^{20} + 10 \cdot 2^9 x^{18} \cdot \frac{a}{x^3} + \frac{10 \times 9}{2 \cdot 1} \cdot 2^8 \cdot x^{16} \cdot \frac{a^2}{x^6} + \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} \cdot 2^7 x^{14} \cdot \frac{a^3}{x^9} + \dots$$

$$= 1024x^{20} + 5120x^{15}a + 11520a^2x^{10} + 15360a^3x^5 + \dots$$

$\left(2x^2 + \frac{a}{x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতির ১ম চারটি পদ হলো,

$$1024x^{20}, 5120x^{15}a, 11520a^2x^{10} \text{ এবং } 15360a^3x^5$$

খ 'ক' থেকে পাই, x^{10} এর সহগ $= 11520a^2$
 ধরি, উক্ত বিস্তৃতির $(r+1)$ তম পদে x^{-20} বিদ্যমান।

$$\therefore T_{r+1} = {}^{10}C_r (2x^2)^{10-r} \left(\frac{a}{x^3}\right)^r$$

$$= {}^{10}C_r \cdot 2^{10-r} \cdot x^{20-2r} \cdot a^r \cdot x^{-3r}$$

$$= {}^{10}C_r \cdot 2^{10-r} \cdot a^r \cdot x^{20-2r-3r}$$

প্রশ্নানুযায়ী, $20 - 2r - 3r = -20$

বা, $20 - 5r = -20$

বা, $20 + 20 = 5r$

বা, $40 = 5r$

$\therefore r = 8$

অতএব, $(r+1)$ বা, $(8+1)$ বা, ৯তম পদে x^{-20} আছে।

$$\therefore 9 \text{ তম পদের সহগ} = {}^{10}C_8 2^{10-8} \cdot a^8$$

$$= {}^{10}C_{10-8} 2^2 \cdot a^8$$

$$= {}^{10}C_2 4 \cdot a^8$$

$$= \frac{10 \times 9}{2} \times 4 \cdot a^8$$

$$= 180a^8$$

যেহেতু x^{10} ও x^{-20} এর সহগ সমান

সেহেতু, $180a^8 = 11520a^2$

বা, $a^8 = \frac{11520a^2}{180}$

বা, $a^6 = 64 = 2^6$

$\therefore a = 2$ (দেখানো হলো)

গ 'খ' থেকে পাই, $a = 2$

\therefore (ii) রাশিটি হলো $(2 + 3x)^n$

$\therefore (2 + 3x)^n$ এর বিস্তৃতি $= 2^n + n \cdot 2^{n-1} \cdot 3x + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2^{n-2} (3x)^2 + \dots$

$$= 2^n + 2^{n-1} \cdot 3nx + \frac{9n(n-1)}{2} \cdot 2^{n-2} \cdot x^2 + \dots$$

শর্তানুযায়ী, $p = 2^n$ (i)

$$\frac{21}{2} px = 2^{n-1} \cdot 3nx \text{ (ii)}$$

এবং $189qx^2 = \frac{9(n-1)n}{2} \cdot 2^{n-2} x^2 \text{ (iii)}$

(ii) নং হতে পাই, $\frac{3 \cdot 7 px}{2} = 3nx \cdot 2^{n-1}$

বা, $\frac{7p}{2} = n \cdot 2^{n-1}$

বা, $7p = n \cdot 2^{n-1} \cdot 2$

বা, $7p = n \cdot 2^n$

বা, $7 \cdot 2^n = n \cdot 2^n$ [i হতে পাই]

বা, $\frac{7 \cdot 2^n}{2^n} = n$

$\therefore n = 7$

(i) নং হতে পাই, $p = 2^7 = 128$

(iii) নং হতে পাই, $189qx^2 = \frac{9n(n-1)}{2} \cdot 2^{n-2} \cdot x^2$

বা, $q = \frac{9 \cdot 7 \cdot (7-1) \cdot 2^{7-2}}{2 \times 189}$

বা, $q = \frac{9 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2^5}{2 \times 189}$

বা, $q = \frac{378 \cdot 2^5}{378}$

বা, $q = 2^5 = 32$

$\therefore q = 32$

অতএব p ও q এর নির্ণয় মান যথাক্রমে 128 ও 32।

প্রশ্ন ▶ ৫ $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$; $x \in \mathbb{N}$ একটি দ্বিপদী রাশি। এর বিস্তৃতিতে k^3

এর সহগ 560। [ন.প্র. কু. বো.]

ক. রাশিটির বিস্তৃতির সকল পদ লিখ। ২

খ. x এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. x এর মান বসালে $\left(1 + \frac{k}{x}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ

চতুর্থপদের সহগের দ্বিগুণ হলে n এর মান নির্ণয় কর। 8

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\left(k - \frac{x}{3}\right)^7$; $x \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} \left(k - \frac{x}{3}\right)^7 &= k^7 + \binom{7}{1}k^6\left(-\frac{x}{3}\right) + \binom{7}{2}k^5\left(-\frac{x}{3}\right)^2 + \binom{7}{3}k^4\left(-\frac{x}{3}\right)^3 \\ &+ \binom{7}{4}k^3\left(-\frac{x}{3}\right)^4 + \binom{7}{5}k^2\left(-\frac{x}{3}\right)^5 + \binom{7}{6}k\left(-\frac{x}{3}\right)^6 + \left(-\frac{x}{3}\right)^7 \\ &= k^7 - \binom{7}{1}\frac{k^6x}{3} + \binom{7}{2}\frac{k^5x^2}{3^2} - \binom{7}{3}\frac{k^4x^3}{3^3} + \binom{7}{4}\frac{k^3x^4}{3^4} - \binom{7}{5}\frac{k^2x^5}{3^5} \\ &+ \binom{7}{6}\frac{kx^6}{3^6} - \frac{x^7}{3^7} \end{aligned}$$

খ 'ক' হতে পাই,

k^3 এর সহগ = $\binom{7}{4}\frac{x^4}{3^4}$

প্রশ্নানুসারে, $\binom{7}{4}\frac{x^4}{3^4} = 560 \Rightarrow \frac{35}{81}x^4 = 560 \Rightarrow x^4 = 1296$

$\therefore x = 6$ [$\because x \in \mathbb{N}$]

গ $x = 6$ বসালে $\left(1 + \frac{k}{x}\right)^n = \left(1 + \frac{k}{6}\right)^n$

$\left(1 + \frac{k}{6}\right)^n$ এর বিস্তৃতি ৩য় পদ = ${}^nC_2\left(\frac{k}{6}\right)^2$

এবং চতুর্থ পদ = ${}^nC_3\left(\frac{k}{6}\right)^3$

শর্তমতে, ${}^nC_2\left(\frac{1}{6}\right)^2 = {}^nC_3\left(\frac{1}{6}\right)^3 \times 2$

বা, $\frac{n!}{2!(n-2)!} \cdot \frac{1}{6^2} = \frac{n!}{3!(n-3)!} \cdot \frac{2}{6^3}$

বা, $\frac{1}{2!(n-2)(n-3)!} = \frac{2}{3!(n-3)!} \cdot \frac{1}{6}$

বা, $\frac{1}{2(n-2)} = \frac{2}{6 \times 6}$

বা, $4(n-2) = 36$

বা, $n-2 = 9$

বা, $n = 11$

$\therefore n = 11$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৬ $P = \left(2 + \frac{x}{2}\right)^8$ (i) [ন. প্র. চ. বো.]

$Q = (a + bx)^7$ (ii)

$R = (b - ax)^8$ (iii)

ক. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (ii)নং এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. $a = b = 1$ হলে, QR এর বিস্তৃতে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর। 8

গ. x এর ঘাত উর্ধ্বক্রমানুসারে (i)নং কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং উহার সাহায্যে $(1.995)^8$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। 8

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (ii)নং এর বিস্তৃতি:

$$\begin{aligned} Q &= (a + bx)^7 \\ &= \binom{7}{0}a^7(bx)^0 + \binom{7}{1}a^6(bx)^1 + \binom{7}{2}a^5(bx)^2 + \binom{7}{3}a^4(bx)^3 \\ &+ \binom{7}{4}a^3(bx)^4 + \binom{7}{5}a^2(bx)^5 + \binom{7}{6}a^1(bx)^6 + \binom{7}{7}a^0(bx)^7 \\ &= a^7 + \binom{7}{1}a^6bx + \binom{7}{2}a^5b^2x^2 + \binom{7}{3}a^4b^3x^3 + \binom{7}{4}a^3b^4x^4 \\ &+ \binom{7}{5}a^2b^5x^5 + \binom{7}{6}ab^6x^6 + b^7x^7 \end{aligned}$$

খ দেওয়া আছে, $Q = (a + bx)^7$ এবং $R = (b - ax)^8$

এখন $a = b = 1$ হলে

$\therefore Q = (1 + x)^7$ এবং $R = (1 - x)^8$

এখন $QR = (1 + x)^7(1 - x)^8$

$= (1 + x)^7(1 - x)^7(1 - x)$
 $= (1 - x^2)^7(1 - x)$

$= \left[\binom{7}{0}(-x^2)^0 + \binom{7}{1}(-x^2)^1 + \binom{7}{2}(-x^2)^2 + \binom{7}{3}(-x^2)^3 + \binom{7}{4}(-x^2)^4 + \binom{7}{5}(-x^2)^5 + \binom{7}{6}(-x^2)^6 + \binom{7}{7}(-x^2)^7 \right] (1 - x)$

$= \left[1 - 7x^2 + \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2}x^4 + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3}(-x^6) + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}x^8 + \dots \right] (1 - x)$

$= (1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 + \dots)(1 - x)$

$= 1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 - x + 7x^3 - 21x^5 + 35x^7 - 35x^9 + \dots$

$\therefore QR$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ 35।

গ দেওয়া আছে, (i) $\Rightarrow P = \left(2 + \frac{x}{2}\right)^8$

$= \binom{8}{0}2^8\left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1}2^7\left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2}2^6\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3}2^5\left(\frac{x}{2}\right)^3 + \dots$

$= 256 + 512x + \frac{8 \cdot 7 \cdot 64x^2}{1 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 32x^3}{1 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$

$= 256 + 512x + 448x^2 + 224x^3 + \dots$

মনে করি, $\left(2 + \frac{x}{2}\right)^8 = (1.995)^8$

বা, $2 + \frac{x}{2} = 1.995$

বা, $\frac{x}{2} = -0.005$

$\therefore x = -0.01$

এখন, (i)নং এর বিস্তৃতিতে $x = -0.01$ বসিয়ে পাই,

$$\left[2 + \left(\frac{-0.01}{2}\right)\right]^8 = 256 + 512(-0.01) + 448(-0.01)^2 + 224(-0.01)^3 + \dots$$

$$\text{বা, } (2 - 0.005)^8 = 256 - 5.12 + 0.0448 - 0.000224 + \dots$$

$$\text{বা, } (1.995)^8 = 250.924576$$

$$\approx 250.9246$$

অতএব নির্ণেয় মান 250.9246 (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত)

$$\text{প্রশ্ন } \triangleright \text{ ৭ } (p+q)^n = p^n + \binom{n}{1}p^{n-1}q + \binom{n}{2}p^{n-2}q^2 + \dots$$

◀ শিখনফল-১, ২ ও ৩

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার অনুসারে উদ্দীপকে উল্লেখিত বিস্তৃতির শেষ 3টি পদ লিখ। ২

খ. $(p+q)^{10}$ এর পূর্ণ বিস্তৃতি লিখ। ৪

গ. $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে q এর সহগ 5120 হলে p এর মান নির্ণয় কর। আবার p এর সহগ 5120 হলে q এর মান নির্ণয় কর। দেখাও যে, উভয় ক্ষেত্রে p ও q এর মান সমান হয়। উদ্দীপকের সাহায্য নিয়ে এর কারণ ব্যাখ্যা কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. শেষ পদ = q^n

$$\text{শেষ হতে দ্বিতীয় পদ} = \binom{n}{n-1}p^{n-(n-1)}q^{n-1} = \binom{n}{n-1}pq^{n-1}$$

$$\text{শেষ হতে তৃতীয় পদ} = \binom{n}{n-2}p^{n-(n-2)}q^{n-2} = \binom{n}{n-2}p^2q^{n-2}$$

$$\text{খ. } (p+q)^{10} = p^{10} + \binom{10}{1}p^{10-1}q^1 + \binom{10}{2}p^{10-2}q^2 + \binom{10}{3}p^{10-3}q^3 + \binom{10}{4}p^{10-4}q^4 + \binom{10}{5}p^{10-5}q^5 + \binom{10}{6}p^{10-6}q^6 + \binom{10}{7}p^{10-7}q^7 + \binom{10}{8}p^{10-8}q^8 + \binom{10}{9}p^{10-9}q^9 + \binom{10}{10}p^{10-10}q^{10}$$

$$\therefore (p+q)^{10} = p^{10} + 10p^9q + 45p^8q^2 + 120p^7q^3 + 210p^6q^4 + 252p^5q^5 + 210p^4q^6 + 120p^3q^7 + 45p^2q^8 + 10pq^9 + q^{10}$$

$$\text{গ. } (p+q)^{10} = p^{10} + 10p^9q + 45p^8q^2 + 120p^7q^3 + 210p^6q^4 + 252p^5q^5 + 210p^4q^6 + 120p^3q^7 + 45p^2q^8 + 10pq^9 + q^{10}$$

এখানে, q এর সহগ $10p^9$

p এর সহগ $10q^9$

প্রশ্নমতে, $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে q এর সহগ 5120

$$\therefore 10p^9 = 5120$$

$$\text{বা, } p^9 = 512$$

$$\text{বা, } p = \sqrt[9]{512}$$

$$\therefore p = 2$$

আবার, প্রশ্নমতে, $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে p এর সহগ 5120

$$\therefore 10q^9 = 5120$$

$$\text{বা, } q^9 = 512$$

$$\text{বা, } q = \sqrt[9]{512}$$

$$\therefore q = 2$$

\therefore উভয়ক্ষেত্রে p ও q এর মান সমান।

উদ্দীপক অনুসারে $(p+q)^{10}$ এর বিস্তৃতি করে আমরা দেখতে পাই p এর ঘাত 10 হতে ক্রমান্বয়ে কমে শূন্য হয় এবং q এর ঘাত শূন্য হতে ক্রমান্বয়ে বেড়ে 10 হয়। ২য় ও ১০ম পদে p ও q এর ঘাত পরস্পর বিনিময়যোগ্য। তাই p ও q এর মান সমান এবং তা হল 2.

$$\text{প্রশ্ন } \triangleright \text{ ৮ } \left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 = 2^7 + \binom{7}{1}2^6\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2}2^5\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \dots$$

◀ শিখনফল-১, ২ ও ৩

ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত বিস্তৃতির সাধারণ পদ ও শেষ পদটি লিখ। ২

খ. $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদের মান -560 হলে, প্রমাণ কর যে, $x = 2$ ৪

গ. $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7$ এর পূর্ণ বিস্তৃতি লেখ এবং $(1.995)^7$ এর মান পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. বিস্তৃতির সাধারণ পদ বা $r+1$ তম পদ, $T_{r+1} = \binom{7}{r}(2)^{7-r} \cdot \left(-\frac{x}{2}\right)^r$ ও

$$\text{বিস্তৃতির শেষ পদ} = \left(-\frac{x}{2}\right)^7 = -\frac{x^7}{128}$$

$$\text{খ. } \left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 = 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + \dots$$

$$\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 \text{ এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদ} = -70x^3$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } -70x^3 = -560$$

$$\text{বা, } x^3 = \frac{560}{70} \text{ বা, } x^3 = 8$$

$$\text{বা, } (x)^3 = 8 \text{ বা, } (x)^3 = (2)^3$$

$$\therefore x = 2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$\text{গ. } \left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 = 2^7 + \binom{7}{1}2^6\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2}2^5\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{7}{3}2^4\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{7}{4}2^3\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \binom{7}{5}2^2\left(-\frac{x}{2}\right)^5 + \binom{7}{6}2^1\left(-\frac{x}{2}\right)^6 + \binom{7}{7}2^0\left(-\frac{x}{2}\right)^7$$

$$= 128 + 7.64\left(-\frac{x}{2}\right) + \frac{7.6}{1.2} \cdot 32 \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{7.6.5}{1.2.3} \cdot 16\left(-\frac{x}{2}\right)^3 +$$

$$\frac{7.6.5.4}{1.2.3.4} \cdot 8\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5} \cdot 4\left(-\frac{x}{2}\right)^5 + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6} \cdot 2\left(-\frac{x}{2}\right)^6 + \left(-\frac{x}{2}\right)^7$$

$$= 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + 17.5x^4 - 2.625x^5 + 0.21875x^6 - 0.0078125x^7$$

$$\therefore \left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 = 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + 17.5x^4 - 2.625x^5 + 0.21875x^6 - 0.0078125x^7$$

$$\text{এখন, } 2 - \frac{x}{2} = 1.995$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} = 2.000 - 1.995 \text{ বা, } x = 0.01$$

$$\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 \text{ এর বিস্তৃতিতে } x = 0.01$$

$$\text{বসিয়ে পাই, } \left(2 - \frac{0.01}{2}\right)^7 = 128 - 224 \times (0.01) + 168 \times (0.01)^2$$

$$- 70 \times (0.01)^3 + 17.5 \times (0.01)^4 - 2.625 \times (0.01)^5 + 0.21875 \times (0.01)^6 - 0.0078125 \times (0.01)^7$$

$$= 128 - 224 \times (0.01) + 168 \times (0.01)^2 - 70 \times (0.01)^3$$

$$[x \text{ এর মান ক্ষুদ্র বলে } x^3 \text{ থেকে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে}]$$

$$= 125.7767302$$

$$\therefore (1.995)^7 = 125.77673 \text{ (পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯ একটি তেলের খনির মাটির গভীরতাকে x দ্বারা সূচিত করলে, গভীরতার সাপেক্ষে তেলের প্রাপ্যতাকে একটি ফাংশন, $f(x) = 16(x + 1)^4 - (2x - a)^4$ দ্বারা সম্পর্কিত করা যায়। এখানে a হলো একটি ধ্রুব ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা।

◀ অনুপদী-১, ৯, ২ ও ১০.২ এর সমন্বয়ে

- ক. $f(0) = 0$ হলে a নির্ণয় কর। ২
 খ. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত করে, $f(x)$ -কে সরল আকারে প্রকাশ কর। ৪
 গ. মাটি খননের হার y হলে, তেলের প্রাপ্যতার ফাংশন $f(x)$ কে $f(y)$ = $2^{3y+7} + 2^{y+7}$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়। x ও y এর মধ্যে একটি লগারিদমিক সম্পর্ক নির্ণয় কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $f(x) = 16(x + 1)^4 - (2x - a)^4$
 আবার, $f(0) = 16(0 + 1)^4 - (2 \times 0 - a)^4 = 16 - a^4$
 সুতরাং, $16 - a^4 = 0$
 বা, $a^4 = 16$ বা, $a^4 = 2^4$
 $\therefore a = 2$ (Ans.)

খ অতএব, আমরা পাই, $f(x) = 16(x + 1)^4 - (2x - 2)^4$
 দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে,
 $(x + 1)^4 = 4C_0x^4 + 4C_1x^3 + 4C_2x^2 + 4C_3x + 4C_4$
 $= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

অনুরূপভাবে,
 $(2x - 2)^4 = 4C_0(2x)^4 - 4C_1(2x)^3 \cdot 2 + 4C_2(2x)^2 \cdot 2^2 - 4C_32x \cdot 2^3 + 4C_42^4$
 $= 16x^4 - 64x^3 + 96x^2 - 64x + 16$
 $\therefore f(x) = 16(x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) - (16x^4 - 64x^3 + 96x^2 - 64x + 16)$
 $= 16x^4 + 64x^3 + 96x^2 + 64x + 16 - 16x^4 + 64x^3 - 96x^2 + 64x - 16$
 $= 128x^3 + 128x$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $f(y) = 2^{3y+7} + 2^{y+7}$
 বা, $f(y) = 2^{3y} \cdot 2^7 + 2^y \cdot 2^7$
 বা, $f(y) = 128 \cdot (2^y)^3 + 128 \cdot 2^y$

আবার, $f(x) = 128x^3 + 128x$
 সমীকরণ দুটিকে তুলনা করে পাই, $2^y = x$
 ইহাদের মধ্যে লগারিদমিক সম্পর্ক প্রয়োগ করে পাই, $y = \log_2 x$
 ইহাই নির্ণয়ে লগারিদমিক সম্পর্ক।

প্রশ্ন ১০ $\left(p - \frac{x}{2}\right)^6$ একটি দ্বিপদী রাশি।

- ক. প্রদত্ত রাশিটির দ্বিপদী বিস্তৃতির রূপ লিখ। ২
 খ. বিস্তৃতির ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে r , $-96x$ এবং $60x^2$ হলে, p এবং r এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে p এর মান বসিয়ে $(1 - x) \left(p - \frac{x}{2}\right)^6$ এর x^2 পর্যন্ত বিস্তৃতি নির্ণয় কর এবং এর সাহায্যে $(0.90)(1.95)^6$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশিটিতে দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,
 $\left(p - \frac{x}{2}\right)^6 = p^6 + \binom{6}{1}p^5\left(\frac{-x}{2}\right) + \binom{6}{2}p^4\left(\frac{-x}{2}\right)^2 + \dots$
 $= p^6 + 6p^5\left(\frac{-x}{2}\right) + \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2}p^4\left(\frac{x^2}{4}\right) + \dots$
 $= p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 + \dots$ (Ans)

খ 'ক' থেকে পাই,

$$\left(p - \frac{x}{2}\right)^6 = p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 + \dots$$

কিন্তু দেওয়া আছে, বিস্তৃতির প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে r , $-96x$ এবং $60x^2$

$$\therefore r - 96x + 60x^2 + \dots = p^6 - 3p^5x + \frac{15}{4}p^4x^2 + \dots \text{ (i)}$$

(i) নং এর উভয়পক্ষ হতে ধ্রুবক পদ সমীকৃত করে পাই,
 $r = p^6$ (ii)

এবং $-96 = -3p^5$ [x এর সহগ সমীকৃত করে পাই]

$$\text{বা, } p^5 = 32$$

$$\text{বা, } p^5 = 2^5$$

$$\therefore p = 2$$

(ii) নং এ $p = 2$ বসিয়ে পাই,

$$r = 2^6$$

$$\therefore r = 64$$

$$\therefore p = 2, r = 64 \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' হতে পাই, $p = 2$

$$\therefore \left(p - \frac{x}{2}\right)^6 = \left(2 - \frac{x}{2}\right)^6 = 2^6 - 3 \cdot 2^5x + \frac{15}{4}2^4x^2 - \dots \text{ ['ক' ব্যবহার করে]}$$

$$= 64 - 96x + 60x^2 - \dots$$

$$\therefore (1 - x) \left(p - \frac{x}{2}\right)^6 = (1 - x) \left(2 - \frac{x}{2}\right)^6$$

$$= (1 - x) (64 - 96x + 60x^2 - \dots)$$

$$= 64 - 64x - 96x + 96x^2 + 60x^2 - 60x^3 + \dots$$

$$= 64 - 160x + 156x^2 - \dots$$

$$\therefore (1 - x) \left(2 - \frac{x}{2}\right)^6 = 64 - 160x + 156x^2 - \dots$$

ধারাটিতে $x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$$(1 - 0.1) \left(2 - \frac{0.1}{2}\right)^6 = 64 - (160 \times 0.1) + 156 \times (0.1)^2$$

$$(0.9)(1.95)^6 = 64 - 16 + 1.56 \text{ [} x^2 \text{ পর্যন্ত নিয়ে]}$$

$$= 49.56 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ $a = 2 - x$, $b = \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$

◀ শিখনফল-২ ও ৩

- ক. b এর মধ্যপদ কত? ২
 খ. ab কে x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪
 গ. খ' নং হতে প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে $1.9 \times (1.05)^8$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $b = \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$

এখানে, b এর ঘাত, $n = 8$

$$\therefore b \text{ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ} = \binom{n}{2} = \binom{8}{2} \text{ তম পদ} = \binom{8}{2} \text{ তম পদ}$$

$$= (4 + 1) \text{ তম পদ} = 5 \text{ তম পদ}$$

$$\therefore 5 \text{ বা } (4 + 1) \text{ তম পদ} = {}^8C_4 1^4 \left(\frac{1}{2}x\right)^{8-4}$$

$$= 70 \frac{1}{16}x^4 = \frac{35}{8}x^4 \text{ (Ans.)}$$

খ দেওয়া আছে, $a = 2 - x$ এবং $b = \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$

$$\therefore ab = (2 - x) \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$$

দ্বিপদী বিস্তৃতি ব্যবহার করে পাই,

$$\begin{aligned} (2-x) \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8 &= (2-x) \left[\binom{8}{0} \left(\frac{x}{2}\right)^0 + \binom{8}{1} \left(\frac{x}{2}\right)^1 + \binom{8}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{8}{3} \left(\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{8}{4} \left(\frac{x}{2}\right)^4 + \dots \right] \\ &= (2-x) \left[1.1 + \frac{8}{1} \cdot \frac{x}{2} + \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{x^3}{8} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{x^4}{16} + \dots \right] \\ &= (2-x) \left(1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \frac{35}{8}x^4 + \dots\right) \\ &= \left(2 + 8x + 14x^2 + 14x^3 + \frac{35}{2}x^4 + \dots\right) + \\ &\quad (-x - 4x^2 - 7x^3 - 7x^4 - \frac{35}{8}x^5 - \dots) \\ &= 2 + 7x + 10x^2 + 7x^3 + \frac{21}{2}x^4 + \dots \end{aligned}$$

$$\therefore (2-x) \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8 = 2 + 7x + 10x^2 + 7x^3 + \frac{21}{2}x^4 + \dots \text{ (Ans.)}$$

গ 'খ' এ প্রাপ্ত x^4 পর্যন্ত বিস্তৃতিতে $x = 0.1$ বসিয়ে পাই,

$$(2-0.1) \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8 = 2 + 7(0.1) + 10(0.1)^2 + 7(0.1)^3 + \frac{21}{2}(0.1)^4$$

$$\text{বা, } 1.9 \times (1.05)^8 = 2 + .7 + 10 \times (.01) + 7 \times (.001) + \frac{21}{2} \times (.0001)$$

$$\text{বা, } 1.9 \times (1.05)^8 = 2 + .7 + 0.1 + 0.007 + 0.00105$$

$$\text{বা, } 1.9 \times (1.05)^8 = 2.80805$$

$$\therefore 1.9 \times (1.05)^8 = 2.8081 \text{ (চার দশমিক পর্যন্ত)}$$

$$\text{Ans. } 1.9 \times (1.05)^8 = 2.8081$$

প্রশ্ন ১২ $(1+x)(1-ax)^8$ একটি দ্বিপদী রাশি। যেখানে $x, a \in \mathbb{R}$

ক. প্রমাণ কর যে, $n! = n(n-1)!$ ২

খ. প্রদত্ত রাশিকে x^2 পদ পর্যন্ত x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রমানুসারে বিস্তৃত কর এবং বিস্তৃতিতে ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে 1, 0, bx^2 হলে a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $a = \frac{1}{2}$ হলে, বিস্তৃতিটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1 = 2 \times 1!$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 3 \times 2!$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4 \times 3!$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5 \times 4!$$

$$\therefore n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n \times (n-1)!$$

$$\therefore n! = n(n-1)! \text{ (প্রমাণিত)}$$

খ প্রদত্ত রাশি, $(1+x)(1-ax)^8 = (1+x)$

$$\left[\binom{8}{0} (-ax)^0 + \binom{8}{1} (-ax)^1 + \binom{8}{2} (-ax)^2 + \binom{8}{3} (-ax)^3 + \dots \right]$$

$$= (1+x) [1 - 8ax + 28a^2x^2 - 56a^3x^3 + \dots]$$

$$= (1 - 8ax + 28a^2x^2 - 56a^3x^3 + \dots)$$

$$+ (x - 8ax^2 + 28a^2x^3 - 56a^3x^4 + \dots)$$

$$= 1 + (1-8a)x + (28a^2-8a)x^2 + \dots$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 1 + (1-8a)x + (28a^2-8a)x^2 = 1 + 0 + bx^2$$

$$x \text{ ও } x^2 \text{ এর সহগ সমীকৃত করে পাই, } 1-8a = 0 \dots \dots \dots \text{ (i)}$$

$$28a^2 - 8a = b \dots \dots \dots \text{ (ii)}$$

$$\text{(i) হতে পাই, } 8a = 1 \therefore a = \frac{1}{8}$$

(ii) এ $a = \frac{1}{8}$ বসিয়ে পাই,

$$b = 28 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{8} \cdot 8 = \frac{28}{64} - 1 = \frac{28-64}{64} = \frac{-36}{64} = \frac{-9}{16}$$

$$\therefore a = \frac{1}{8} \text{ এবং } b = \frac{-9}{16} \text{ (Ans.)}$$

গ $a = \frac{1}{2}$ হলে, বিস্তৃতি দাঁড়ায়, $(1+x) \left(1 - \frac{1}{2}x\right)^8$

$$= (1+x) \left(\frac{2-x}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^8 (1+x) (2-x)^8$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^8 \left[(1+x) \left\{ \binom{8}{0} (-x)^0 \cdot 2^8 + \binom{8}{1} (-x)^1 \cdot 2^7 + \binom{8}{2} (-x)^2 \cdot 2^6 + \binom{8}{3} (-x)^3 \cdot 2^5 + \binom{8}{4} (-x)^4 \cdot 2^4 + \binom{8}{5} (-x)^5 \cdot 2^3 \right. \right.$$

$$\left. + \binom{8}{6} (-x)^6 \cdot 2^2 + \binom{8}{7} (-x)^7 \cdot 2 + \binom{8}{8} (-x)^8 \cdot 2^0 \right\}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^8 [(1+x) (256 - 1024x + 1792x^2 - 1792x^3 + 1120x^4 - 448x^5 + 112x^6 - 16x^7 + x^8)]$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^8 [256 - 1024x + 1792x^2 - 1792x^3 + 1120x^4 - 448x^5 + 112x^6 - 16x^7 + x^8 + 256x - 1024x^2 + 1792x^3 - 1792x^4 + 1120x^5 - 448x^6 + 112x^7 - 16x^8 + x^9]$$

বিস্তৃতির পদসংখ্যা 9টি। \therefore মধ্যপদ হল 5 তম পদ

$$\text{বিস্তৃতির 5 তম পদ} = \left(\frac{1}{2}\right)^8 672x^5 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 = 2^7 + \binom{7}{1} 2^6 \left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2} 2^5 \left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \dots$

ক. উদ্দীপকে উল্লিখিত বিস্তৃতির সাধারণ পদ ও শেষ পদ নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকে উল্লিখিত বিস্তৃতির চতুর্থপদের মান -560 হলে, প্রমাণ কর যে, $x = 2$. ৪

গ. $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7$ এর পূর্ণবিস্তৃতি লেখ এবং $(1.995)^7$ এর মান পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বিস্তৃতির সাধারণ পদ বা $(r+1)$ তম পদ, $T_{r+1} = \binom{7}{r} (2)^{7-r}$

$$\left(-\frac{x}{2}\right)^r \text{ ও বিস্তৃতির শেষ পদ} = \left(-\frac{x}{2}\right)^7 = -\frac{x^7}{128}$$

খ $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 = 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + \dots$

$$\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 \text{ এর বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদ} = -70x^3$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } -70x^3 = -560$$

$$\text{বা, } x^3 = \frac{560}{70}$$

$$\text{বা, } x^3 = 8$$

$$\therefore x = 2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$\begin{aligned} \text{গ} \quad \left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 &= 2^7 + \binom{7}{1}2^6 \left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{7}{2}2^5 \left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{7}{3}2^4 \left(-\frac{x}{2}\right)^3 \\ &+ \binom{7}{4}2^3 \left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \binom{7}{5}2^2 \left(-\frac{x}{2}\right)^5 + \binom{7}{6}2^1 \left(-\frac{x}{2}\right)^6 \\ &+ \binom{7}{7}2^0 \left(-\frac{x}{2}\right)^7 \\ &= 128 + 7.64 \left(-\frac{x}{2}\right) + \frac{7.6}{1.2} \cdot 32 \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{7.6.5}{1.2.3} \cdot 16 \left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4} \cdot 8 \left(-\frac{x}{2}\right)^4 \\ &+ \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5} \cdot 4 \cdot \left(-\frac{x}{2}\right)^5 + \frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{x}{2}\right)^6 + \left(-\frac{x}{2}\right)^7 \\ &= 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + 17.5x^4 - 2.625x^5 + 0.21875x^6 - 0.0078125x^7 \end{aligned}$$

$$\therefore \left(2 - \frac{x}{2}\right)^7 = 128 - 224x + 168x^2 - 70x^3 + 17.5x^4 - 2.625x^5 + 0.21875x^6 - 0.0078125x^7$$

এখন, $2 - \frac{x}{2} = 1.995$

বা, $\frac{x}{2} = 2.000 - 1.995$

বা, $x = 0.01$

$\left(2 - \frac{x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে $x = 0.01$

বসিয়ে পাই, $\left(2 - \frac{0.01}{2}\right)^7 = 128 - 224 \times (0.01) + 168 \times (0.01)^2 - 70 \times (0.01)^3 + 17.5 \times (0.01)^4 - 2.625 \times (0.01)^5 + 0.21875 \times (0.01)^6 - 0.0078125 \times (0.01)^7$

$= 128 - 224 \times (0.01) + 168 \times (0.01)^2 - 70 \times (0.01)^3$

[x এর মান ক্ষুদ্র বলে x^3 থেকে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে]

$= 125.7767302$

$\therefore (1.995)^7 = 125.77673$ (পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৪ দেওয়া আছে, $Z = (x - y)^n$

ক. যদি $n = 5$ এবং $x = 1$ হয় তবে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে Z এর বিস্তৃতি কর। ২

খ. $y = \frac{1}{x^2}$ এবং $n = 5$ হলে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে Z এর বিস্তৃতি কর। ৪

গ. Z এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 560 হলে k এর মান নির্ণয় কর যখন $y = \frac{k}{3}$ এবং $n = 7$ ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $Z = (x - y)^n$

$= (1 - y)^5$ [$\because n = 5, x = 1$]

$= \{(1 + (-y))\}^5$

$= 1 + 5(-y) + 10(-y)^2 + 10(-y)^3 + 5(-y)^4 + (-y)^5$

$= 1 - 5y + 10y^2 - 10y^3 + 5y^4 - y^5$

গ $Z = (x - y)^n$

$= \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^5$ [$\because y = \frac{1}{x^2}, n = 5$]

$= (x)^5 + \binom{5}{1}x^4 \left(-\frac{1}{x^2}\right) + \binom{5}{2}x^3 \left(-\frac{1}{x^2}\right)^2 + \binom{5}{3}x^2 \left(-\frac{1}{x^2}\right)^3$

$+ \binom{5}{4}x \left(-\frac{1}{x^2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{x^2}\right)^5$

$= x^5 - 5x^2 + 10 \cdot \frac{1}{x} - 10x^2 \cdot \frac{1}{x^4} + 5x \cdot \frac{1}{x^8} - \frac{1}{x^{10}}$

$= x^5 - 5x^2 + \frac{10}{x} - \frac{10}{x^4} + \frac{5}{x^7} - \frac{1}{x^{10}}$

গ $Z = (x - y)^n = \left(x - \frac{k}{3}\right)^7$

$= x^7 + \binom{7}{1}x^6 \left(-\frac{k}{3}\right) + \binom{7}{2}x^5 \left(-\frac{k}{3}\right)^2 + \binom{7}{3}x^4 \left(-\frac{k}{3}\right)^3$

$+ \binom{7}{4}x^3 \left(-\frac{k}{3}\right)^4 + \dots$

x^3 এর সহগ $= \binom{7}{4} \left(-\frac{k}{3}\right)^4 = 35 \cdot \frac{k^4}{81} = \frac{35}{81} k^4$

প্রশ্নমতে, $\frac{35}{81} k^4 = 560$

$\Rightarrow k^4 = 1296$

$\therefore k = \pm 6$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ১৫ $A = (a + bx)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. $a = 1, b = 5$ ও $n = 4$ হলে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে A কে বিস্তৃত কর। ২

খ. $a = 2$ ও $n = 8$ হলে A এর বিস্তৃতির x^4 এর সহগ 90720 হলে, b এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $a = 1, b = 1$ ও $n = 50$ হলে, A এর বিস্তৃতির 20 তম এবং 21 তম পদদ্বয় পরস্পর সমান হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = (a + bx)^n$ এবং $a = 1, b = 5$ ও $n = 4$

$\therefore A = (1 + 5x)^4$

প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে—

		1		
		1	1	
	1	2	1	
1	3	3	1	
1	4	6	4	1

$\therefore (1 + 5x)^4 = 1 + 4.5x + 6.(5x)^2 + 4.(5x)^3 + 1.(5x)^4$

$= 1 + 20x + 150x^2 + 500x^3 + 625x^4$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে,

$a = 2$ এবং $n = 8$

$\therefore A = (2 + bx)^8$

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে পাই,

$(2 + bx)^8 = \binom{8}{0}2^8 \cdot (bx)^0 + \binom{8}{1}2^7 (bx)^1 + \binom{8}{2}2^6 (bx)^2$

$+ \binom{8}{3}2^5 \cdot (bx)^3 + \binom{8}{4}2^4 (bx)^4 + \dots$

$= 256 + 1024bx + 1792 b^2x^2 + 1792b^3x^3 + 1120b^4x^4$

+

দেওয়া আছে,

x^4 এর সহগ $= 90720$

$\therefore 1120b^4 = 90720$

বা, $b^4 = 81$

বা, $b^4 = (\pm 3)^4$

$\therefore b = \pm 3$ (Ans.)

গ যখন $a = 1, b = 1$ ও $n = 50$

তখন, $A = (1 + x)^{50}$

20 তম বা $(19 + 1)$ তম পদ $= {}^{50}C_{19} x^{19}$

21 তম বা $(20 + 1)$ তম পদ $= {}^{50}C_{20} x^{20}$

প্রশ্নানুসারে, ${}^{50}C_{19} x^{19} = {}^{50}C_{20} x^{20}$

$$\text{বা, } \frac{\binom{50}{19}}{\binom{19}{19} \binom{50-19}{19}} = \frac{\binom{50}{20}}{\binom{20}{20} \binom{50-20}{20}} x$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\binom{19}{19} \binom{31}{19}} = \frac{x}{20 \binom{19}{19} \binom{30}{20}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{31 \binom{30}{19}} = \frac{x}{20 \binom{30}{20}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{31} = \frac{x}{20}$$

$$\therefore x = \frac{20}{31} \text{ (Ans.)}$$



উত্তর সংকেতসহ সৃজনশীল প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ১৬ $(1-x)^3$ এবং $(1+2x)^3$ দুইটি দ্বিপদী রাশি। ◀ শিখনফল-২ ও ৩

- ক. দ্বিপদী $(1+x)^4$ এর বিস্তৃতি লিখ। ২
 খ. প্রথম এবং দ্বিতীয় রাশিকে ঘনের সূত্রের সাহায্যে বিস্তৃত কর এবং প্যাসকেলের সূত্রের সাহায্যে এর সত্যতা যাচাই করো। ৪
 গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দ্বিপদী রাশি দুটির গুণফল $(1+x-2x^2)^3$ কে x এর উর্ধ্বক্রম অনুসারে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং $x=0.03$ ধরে রাশিটির আসন্ন মান নির্ণয় কর (x এর মান ক্ষুদ্র হওয়ায় x^3 এর চেয়ে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে)। ৪

$$\text{উত্তর: ক. } \binom{t}{0}(x)^0 + \binom{t}{1}(x)^1 + \binom{t}{2}(x)^2 + \dots + \binom{t}{t-1}(x)^{t-1} + \binom{t}{t}(x)^t$$

$$\text{খ. } (1+2x)^3 = 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3 \\ 1 + 3x - 3x^2 - 11x^3, 1.087003$$

প্রশ্ন ▶ ১৭ $(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \dots$

$$+ \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n \quad \text{◀ শিখনফল-২ ও ৩}$$

- ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত সূত্রের ডানপাশের ৪র্থ ও ৫ম পদটি লিখ। ২
 খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সূত্রের সাহায্য নিয়ে এবং $y=3x$ ও $n=8$ ধরে $(1+y)^n$ কে বিস্তৃত কর। ৪
 গ. উদ্দীপকের সাহায্যে $(1+x)^5$ ও $(1-4x)^4$ কে বিস্তৃত কর এবং প্রমাণ কর যে, $(1+x)^5(1-4x)^4 = 1 - 11x + 26x^2$ [x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করে] ৪

$$\text{উত্তর: ক. ৪র্থ পদ : } \binom{n}{3}y^3 \text{ ও ৫ম পদ : } \binom{n}{4}y^4$$

$$\text{খ. } 1 + 24x + 252x^2 + 1512x^3 + 5670x^4 + 13608x^5 \\ + 20412x^6 + 17496x^7 + 6561x^8.$$

$$\text{গ. } 1 - 11x + 26x^2 - \dots$$

প্রশ্ন ▶ ১৮ $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতির দ্বিপদী সূত্রটি নিম্নরূপ

$$(1+y)^n = 1 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \dots + y^n \quad \text{◀ শিখনফল-২ ও ৩}$$

- ক. $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতির সূত্রটি লিখ। ২
 খ. সূত্রটি থেকে $(1+3x)^5$ কে বিস্তৃত কর। ৪
 গ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে $(1-3x)^5$ কে বিস্তৃত কর এবং 'খ' ও 'গ' থেকে দেখাও যে, উভয়ের বিস্তৃতি একই শুধু চিহ্ন আলাদা। ৪

$$\text{উত্তর: ক. } (1+x)^n = \binom{n}{0}x^0 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \dots + \binom{n}{n}x^n$$

$$\text{খ. } 1 + 15x + 90x^2 + 270x^3 + 405x^4 + 243x^5$$

প্রশ্ন ▶ ১৯ $A = (p+qx)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।

◀ শিখনফল-৩(অনু.১০.১), ৩(অনু.১০.২)

- ক. $p=1, q=2$ ও $n=3$ হলে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে A কে বিস্তৃত কর। ২
 খ. $q=3$ ও $n=5$ হলে A এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ 1080 হলে, p এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. $p=1, q=1$ ও $n=40$ হলে A এর বিস্তৃতিতে 15 তম এবং 16 তম পদদ্বয় পরস্পর সমান হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

$$\text{উত্তর: ক. } 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3 \quad \text{খ. } p = \sqrt[3]{12} \quad \text{গ. } \frac{15}{26}$$

প্রশ্ন ▶ ২০ $(a+2x)^5$ একটি দ্বিপদী রাশি।

[নওগাঁ কে.ডি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ]

- ক. $a=1$ হলে, প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রদত্ত দ্বিপদী বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে, a এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত a এর ধনাত্মক মান বসিয়ে দ্বিপদীটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

$$\text{উত্তর: ক. } 1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5$$

$$\text{খ. } \pm 2 \quad \text{গ. } 320x^2 \text{ এবং } 320x^3$$

প্রশ্ন ▶ ২১ $\left(1 + \frac{y}{2}\right)^4, \left(q - \frac{1}{3}y\right)^7$ এবং $\left(2 + \frac{y}{2}\right)^6$ কয়েকটি রাশি।

◀ শিখনফল-১, ২ ও ৩

- ক. ১ম রাশির বিস্তৃতিতে y^2 এর সহগ কি তা লিখ। ২
 খ. ২য় রাশির বিস্তৃতিতে q^3 এর সহগ 560 হলে y এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. ৩য় রাশি কে y^3 পর্যন্ত বিস্তৃত করে $(1.9975)^6$ এর মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

$$\text{উত্তর: ক. } \frac{3}{2}; \quad \text{খ. } \pm 6; \quad \text{গ. } 63.521$$

প্রশ্ন ▶ ২২ $\left(a - \frac{x}{2}\right)^6$ একটি দ্বিপদী রাশি।

- ক. প্রদত্ত রাশিটির দ্বিপদী বিস্তৃতির রূপ লিখ। ২
 খ. বিস্তৃতির প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে $m, -96x$ এবং $60x^2$ হলে a ও m এর মান নির্ণয় কর। ৪

- গ. প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে a এর মান বসিয়ে $(1-x)\left(a - \frac{x}{2}\right)^5$ এর মান x^3 পর্যন্ত বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ৪

$$\text{উত্তর: ক. } a^6 + \binom{6}{1}a^5\left(-\frac{x}{2}\right) + \binom{6}{2}a^4\left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \binom{6}{3}a^3$$

$$\left(-\frac{x}{2}\right)^3 + \binom{6}{4}a^2\left(-\frac{x}{2}\right)^4 + \binom{6}{5}a\left(-\frac{x}{2}\right)^5 + \left(-\frac{x}{2}\right)^6$$

$$\text{খ. } \left. \begin{array}{l} a = 2 \\ m = 64 \end{array} \right\}$$

$$\text{গ. } 32 - 72x + 60x^2 - 25x^3 + \dots$$

প্রশ্ন ▶ ২৩ $(1-x)^3$ এবং $(1+2x)^3$ দুইটি দ্বিপদী রাশি। ◀ শিখনফল-২ ও ৩

- ক. দ্বিপদী $(1+x)^4$ এর বিস্তৃতি লিখ। ২
 খ. প্রথম এবং দ্বিতীয় রাশিকে ঘনের সূত্রের সাহায্যে বিস্তৃত কর এবং প্যাসকেলের সূত্রের সাহায্যে এর সত্যতা যাচাই করো। ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দ্বিপদী রাশি দুটির গুণফল $(1+x-2x^2)^3$ কে x এর উর্ধ্বক্রম অনুসারে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং $x=0.03$ ধরে রাশিটির আসন্ন মান নির্ণয় কর (x এর মান ক্ষুদ্র হওয়ায় x^3 এর চেয়ে উচ্চতর ঘাত বর্জন করে)। ৪

উত্তর: $(x^0)^3 + \binom{3}{1}(x^1)^2 + \binom{3}{2}(x^2)^1 + \dots + \binom{3}{t-1}(x)^{t-1} + \binom{3}{t}(x)^t$

খ. $(1+2x)^3 = 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$
 $1 + 3x - 3x^2 - 11x^3, 1.087003$

প্রশ্ন ২৪ $(a+2x)^5$ একটি দ্বিপদী রাশি।

নওগাঁ কে.ডি সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, নওগাঁ

ক. $a=1$ হলে, প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত দ্বিপদী বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে, a এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত a এর ধনাত্মক মান বসিয়ে দ্বিপদীটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $1 + 10x + 40x^2 + 80x^3 + 80x^4 + 32x^5$

খ. ± 2 গ. $320x^2$ এবং $320x^3$

প্রশ্ন ২৫ $(1+y)^n = \binom{n}{0}y^0 + \binom{n}{1}y + \binom{n}{2}y^2 + \dots$

$+ \binom{n}{n-1}y^{n-1} + \binom{n}{n}y^n$

◀ শিখনফল-২ ও ৩

ক. উদ্দীপকে উল্লেখিত সূত্রের ডানপাশের ৪র্থ ও ৫ম পদটি লিখ। ২

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত সূত্রের সাহায্য নিয়ে এবং $y=3x$ ও $n=8$ ধরে $(1+y)^n$ কে বিস্তৃত কর। ৪

গ. উদ্দীপকের সাহায্যে $(1+x)^5$ ও $(1-4x)^4$ কে বিস্তৃত কর এবং প্রমাণ কর যে, $(1+x)^5(1-4x)^4 = 1 - 11x + 26x^2$ [x এর মান যথেষ্ট ছোট হওয়ায় x^3 এবং তার উর্ধ্বঘাতের মান উপেক্ষা করে] ৪

উত্তর: ক. ৪র্থ পদ: $\binom{n}{3}y^3$ ও ৫ম পদ: $\binom{n}{4}y^4$

খ. $1 + 24x + 252x^2 + 1512x^3 + 5670x^4 + 13608x^5$
 $+ 20412x^6 + 17496x^7 + 6561x^8$

গ. $1 - 11x + 26x^2 - \dots$

প্রশ্ন ২৬ $(1+ax)^7$ একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যের সাধারণ আকার লিখ। ২

খ. $(1+ax)^7$ এর বিস্তৃত কর। ৪

গ. $(1+ax)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^4 এর সহগদ্বয় সমান হলে, a এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $(x+y)^n = x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \dots + \binom{n}{n-1}xy^{n-1} + y^n$

খ. $1 + 7ax + 21a^2x^2 + 35a^3x^3 + 35a^4x^4 + 21a^5x^5 + 7a^6x^6 + a^7x^7$

গ. $a=1$

প্রশ্ন ২৭ $(1-\frac{x^2}{4})^6$ একটি সমীকরণ।

ক. $(1+\frac{x^2}{4})^3$ কে বিস্তৃত কর। ২

খ. প্রদত্ত দ্বিপদী রাশিকে প্যাসকেলের ত্রিভুজ সূত্রের সাহায্যে বিস্তৃতি কর। ৪

গ. প্রদত্ত দ্বিপদী রাশিকে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে পঞ্চম পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি করে x^8 এর সহগ বের কর। ৪

উত্তর: ক. $1 + \frac{3x^2}{4} + \frac{3x^4}{16} + \frac{x^6}{64}$;

খ. $1 - \frac{3x^2}{2} + \frac{15x^4}{16} - \frac{5x^6}{16} + \frac{15x^8}{256} - \frac{3x^{10}}{512} + \frac{x^{12}}{4096}$; গ. $\frac{15}{256}$

প্রশ্ন ২৮ $(2+\frac{x}{4})^8$ হলো একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. দ্বিপদী উপপাদ্য কী? এর সাধারণ পদটি লেখ। ২

খ. সকল পদ উল্লেখপূর্বক উদ্দীপকে প্রদত্ত রাশির বিস্তৃতি লিখ। ৪

গ. খ. এর বিস্তৃতি ব্যবহার করে $(1.9975)^8$ এর মান আসন্ন চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বের কর। ৪

উত্তর: ক. $(r+1)$ তম পদ ${}^nC_r a^{n-r} x^r$

খ. $256 + 256x + 112x^2 + 28x^3 + \frac{35}{8}x^4 + \frac{7}{16}x^5 + \frac{7}{256}x^6 +$

$\frac{1}{1024}x^7 + \frac{x^8}{65536}$; গ. 253.4512

প্রশ্ন ২৯ $A = (1-x)(1+\frac{x}{6})^6 \dots \dots \dots$ (i)

$B = (P-\frac{x}{2})^6 \dots \dots \dots$ (ii)

ক. (i) কে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত করলে যদি $1+mx^2$ পাওয়া যায় তবে m এর মান কত? ২

খ. যদি $B = r - 96x + sx^2 + \dots$ হয়, তবে p, r এবং s এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি (ii) এর বিস্তৃতি x^5 এর সহগ -33 হয়, তবে p এর মান কত? ৪

উত্তর: ক. $m = -\frac{7}{12}$; খ. $P=2, r=64, S=60$;

গ. $P=176$

প্রশ্ন ৩০ $A = (p+qx)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।

◀ শিখনফল-৩(ভদ্র.১০.১), ৩(ভদ্র.১০.২)

ক. $p=1, q=2$ ও $n=3$ হলে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে A কে বিস্তৃত কর। ২

খ. $q=3$ ও $n=5$ হলে A এর বিস্তৃতিতে x^2 এর সহগ 1080 হলে, p এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $p=1, q=1$ ও $n=40$ হলে A এর বিস্তৃতিতে 15 তম এবং 16 তম পদদ্বয় পরস্পর সমান হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $1 + 6x + 12x^2 + 8x^3$ খ. $p = \sqrt[3]{12}$ গ. $\frac{15}{26}$

প্রশ্ন ৩১ $(1-3x)^5, (1-\frac{x^2}{4})^8$ এবং $(x^2+\frac{K}{x})^6$ তিনটি দ্বিপদী রাশি।

ক. প্রথম দ্বিপদী রাশিকে বিস্তৃত কর। ২

খ. দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতির x^3 ও x^6 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ. তৃতীয় রাশির বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 160 হলে K এর মান কত হবে? ৪

উত্তর: খ. $0, -\frac{7}{8}$ গ. 2

প্রশ্ন ৩২ $A = (1+\frac{x}{2})^8$ এবং $B = (a-\frac{x}{3})^7, a \neq 0$

ক. A এর প্রথম চার পদ পর্যন্ত বিস্তৃতি কর। ২

খ. B এর বিস্তৃতিতে a^3 এর সহগ 560 হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে $(2-x)A$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। উক্ত ফলাফল ব্যবহার করে $1.9 \times (1.05)^8$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $1 + 4x + 7x^2 + 7x^3 + \dots$;

খ. $x = \pm 6$;

গ. $2 + 7x + 10x^2 + 7x^3 + \dots, 2.807$

প্রশ্ন ▶ ৩৩ i. $a^m \cdot a^n = (a^m)^n$ একটি সূচকীয় সমীকরণ।

ii. $A = \left(x + \frac{K}{x}\right)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি এবং উক্ত রাশির বিস্তৃতিতে চতুর্থ পদ x মুক্ত বিবেচনা করা হল।

ক. প্রমাণ কর যে, $m(n-2) + n(m-2) = 0$.

খ. উদ্দীপকের বিস্তৃতি থেকে n এর মান নির্ণয় কর।

গ. x^3 এর সহগ 144 হলে, দেখাও যে, $K = \pm 2$.

উত্তর: খ. $n = 9$

প্রশ্ন ▶ ৩৪ প্যাসকেলের ত্রিভুজ:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & & 1 & & 1 & \\ & & & & & & 1 & & 2 & & 1 \\ & & & & & & & 1 & & 2 & & 1 \\ & & & & & & & & 1 & & x & & 3 & & 1 \\ & & & & & & & & & 1 & & y & & z & & 4 & & 1 \end{array}$$

ক. উদ্দীপক হতে প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে x, y, z এর মান নির্ণয় কর।

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের পরবর্তী কয়েকটি ধাপ প্রয়োজনমত পূরণ করে $(1+t)^8$ কে বিস্তৃত কর।

গ. দ্বিপদী বিস্তৃতির সাহায্যে $(1+t)^8$ এর বিস্তৃত করে 'খ' এর সত্যতা যাচাই কর।

উত্তর: ক. $x = 3, y = 4, z = 6$

খ. $(1+t)^8 = 1+8t+28t^2+56t^3+70t^4+56t^5+28t^6+8t^7+t^8$

প্রশ্ন ▶ ৩৫ $128 \left(\frac{1}{2} + x^2\right)^7$ এবং $128 \left(\frac{1}{2} - x^2\right)^7$ দুইটি দ্বিপদী।

ক. দ্বিপদীদ্বয়কে $(1+ax^2)^n$ আকারে প্রকাশ কর।

খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে দ্বিপদীদ্বয়কে বিস্তৃত কর।

গ. দেখাও যে, $(1+2x^2)^7$ থেকে $(1-2x^2)^7$ এর বিয়োগফল সর্বদা ধনাত্মক।

উত্তর: ক. $(1+2x^2)^7, (1-2x^2)^7$;

খ. $1 + 14x^2 + 84x^4 + 280x^6 + 560x^8 + 672x^{10} + 448x^{12} + 128x^{14}; 1 - 14x^2 + 84x^4 - 280x^6 + 560x^8 - 672x^{10} + 448x^{12} - 128x^{14}$

প্রশ্ন ▶ ৩৬ (i) $\left(y^2 + \frac{P}{y}\right)^6$ ও (ii) $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^5$

ক. প্যাসকেলের সূত্র ব্যবহার করে $(1+y)^4$ কে বিস্তৃত কর।

খ. (i) নং এর বিস্তৃতিতে y^3 এর সহগ 160 হলে P এর মান নির্ণয় কর।

গ. (ii) নং কে ব্যবহার করে $(1.9975)^5$ এর আসন্ন মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

উত্তর: ক. $(1+y)^4 = 1 + 4y + 6y^2 + 4y^3 + y^4$;

খ. $P = 2$; গ. 31.801 (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ৩৭ $(p+2x)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. দ্বিপদী রাশিটির p^{n-3} এর সহগ কত?

খ. p এর স্থলে 2 হলে $(p+2x)^5$ কে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে বিস্তৃত কর।

গ. $(p+2x)^5$ দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে p এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: ক. $\frac{4n(n-1)(n-2)}{3} x^3$;

খ. $32 + 160x + 320x^2 + 320x^3 + 160x^4 + 32x^5$; গ. $P = \pm 2$

প্রশ্ন ▶ ৩৮ $a = 2 - x, b = \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^8$

ক. b এর মধ্যপদ কত?

খ. ab কে x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে x^4 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

গ. x নং হতে প্রাপ্ত ফলাফল ব্যবহার করে $1.9 \times (1.05)^8$ এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: ক. $\frac{35}{8} x^4$; খ. $2 + 7x + 10x^2 + 7x^3 + \frac{7}{4}x^4 + \dots$;

গ. 2.8088

প্রশ্ন ▶ ৩৯ $\left(2 + \frac{x}{4}\right)^6$ এবং $\left(k - \frac{y}{3}\right)^7$ দুইটি দ্বিপদী রাশি।

ক. প্রথম দ্বিপদী রাশিকে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

খ. 'ক' এর সাহায্যে $(1.9975)^6$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

গ. দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশিটি বিস্তৃতিতে k^3 এর সহগ 560 হলে y এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর: ক. $64 + 48x + 15x^2 + \frac{5}{2}x^3 + \dots$;

খ. 63.5215; গ. $y = \pm 6$



নিজেকে যাচাই করি

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ২৫ মিনিট; মান-২৫

১. $(1 + \frac{2}{x})^8$ এর পঞ্চম পদ কোনটি?
 ক $\frac{448}{x^4}$ খ $\frac{112}{x^4}$
 গ $\frac{1120}{x^4}$ ঘ $\frac{560}{x^4}$
 নিচের তথ্যের আলোকে (২ ও ৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
 $(1 - 2x + x^2)^2$ একটি দ্বিপদী রাশি।
২. উক্ত রাশিটির বিস্তৃতিতে পদের সংখ্যা কত?
 ক ২ খ ৩
 গ ৪ ঘ ৫
৩. প্রদত্ত রাশির বিস্তৃতিতে সহগগুলো নিচের কোনটি?
 ক ১, ২, ৩, ২, ১ খ ১, ৫, ৬, ৫, ১
 গ ১, ৪, ৬, ৪, ১ ঘ ১, ৫, ১০, ৫, ১
৪. $(1 + x)^{m+n}$ এর বিস্তৃতিতে—
 i. x^m ও x^n এর সহগ সমান
 ii. পদসংখ্যা = $m + n + 1$
 iii. x বর্জিত পদ একটি হবে যদি m ও n জোড় বা বিজোড় হয়
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক i ও ii খ i ও iii
 গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
 নিচের তথ্যের আলোকে (৫ ও ৬) নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
 $(2x^2 - \frac{1}{2x})^8$ একটি দ্বিপদী বিস্তৃতি।
৫. বিস্তৃতিটির তৃতীয় পদ কত?
 ক $-512x^{13}$ খ $-224x^7$
 গ $256x^{10}$ ঘ $448x^{10}$
৬. বিস্তৃতিটির মধ্যপদ কত?
 ক $70x^4$ খ $14x^2$
 গ $-70x^4$ ঘ $-224x^7$
৭. $(x + 2y)^5$ এর বিস্তৃতিতে, x^3y^2 এর সহগ কত?
 ক ৫ খ ১০
 গ ২০ ঘ ৪০
৮. $(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^{20}$ এর বিস্তৃতিতে, মধ্যপদের অবস্থান কত তম পদে?
 ক ১১ খ ১২
 গ ১৩ ঘ ১৪

৯. $5!$ = কত?
 ক ৫ খ ২০
 গ ৬০ ঘ ১২০
১০. $(1 + 2x + x^2)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে পদের সংখ্যা ৭ হলে, n = কত?
 ক ১ খ ২
 গ ৩ ঘ ৪
১১. $(a + x)^n$ এর বিস্তৃতিতে—
 i. সাধারণ পদ = ${}^nC_r a^{n-r} x^r$
 ii. মোট পদসংখ্যা = $n + 1$
 iii. $(\frac{n}{2} + 1)$ তম পদ মধ্যপদ, যেখানে n জোড় সংখ্যা
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক i ও ii খ ii ও iii
 গ i ও iii ঘ i, ii ও iii
১২. $(1 - x)(1 + \frac{x}{2})^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ নিচের কোনটি?
 ক -1 খ $\frac{1}{2}$
 গ ৩ ঘ $-\frac{1}{2}$
১৩. $(1 + 2x)^4$ দ্বিপদীর তৃতীয় পদ ১৯২ হলে, x = কত?
 ক $2\sqrt{3}$ খ $2\sqrt{2}$
 গ $2\sqrt{5}$ ঘ ২
১৪. $(1 + x)^4$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ a ও $(1 + x)^5$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ b হলে, $b \div a$ = কোনটি?
 ক ৫ : ৪ খ ৫ : ৩
 গ ৪ : ৫ ঘ ৫ : ১
১৫. $(1 + \frac{2}{x})^8$ এর বিস্তৃতিতে শেষ পদের মান ১ হলে, x এর মান কত?
 ক ২ খ ৪
 গ ১৬ ঘ ২৫৬
১৬. $(1 + ax)^n$ বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা কতটি?
 ক n খ $n - 1$
 গ $2n$ ঘ $n + 1$
১৭. $(\frac{7}{4})$ নিচের কোনটির সমান?
 ক ${}^{35}C_1$ খ ${}^{35}C_{35}$
 গ ২১ ঘ ১৪

- নিচের তথ্যের আলোকে ১৮ ও ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
 x ও y চলক দুটিকে যোগ করে ৪ মাত্রার একটি দ্বিপদী রাশিতে বিস্তৃত করা হলো।
১৮. বিস্তৃতিতে কতগুলো পদ পাওয়া যাবে?
 ক ৪ খ ৪
 গ ৯ ঘ ১০
১৯. $y = \frac{1}{x}$ হলে কততম পদ চলক মুক্ত পদ হবে?
 ক ১০ খ ৫
 গ ৪ ঘ ১
২০. i. ${}^nC_n = 1$
 ii. ${}^nC_0 = 1$
 iii. ${}^nC_n = n$
 উপরের তথ্যানুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?
 ক i ও ii খ i ও iii
 গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
২১. $(\frac{x}{y} + \frac{y}{x})^{10}$ এর বিস্তৃতির—
 i. পদসংখ্যা ১১
 ii. মধ্যপদের সংখ্যা ২
 iii. তৃতীয় পদের সহগ ৪৫
 নিচের কোনটি সঠিক?
 ক i ও ii খ ii ও iii
 গ i ও iii ঘ i, ii ও iii
২২. প্যাসকেলের ত্রিভুজের বাম ও ডান দিকে কোন সংখ্যা থাকে?
 ক ৪ খ ৩
 গ ২ ঘ ১
২৩. $(\frac{8}{5})x^5$ পদের দ্বিপদী রাশি নিচের কোনটি?
 ক $(1 + x)^5$ খ $(1 + x)^8$
 গ $(1 - x)^5$ ঘ $(1 - x)^8$
২৪. $\frac{n \mid n-1}{n-2}$ এর মান কোনটি?
 ক n খ $n - 1$
 গ $n(n - 1)$ ঘ $n - 2$
২৫. $(p + q)^n$ এর বিস্তৃতিতে, কোনটি সাধারণ পদ?
 ক ${}^nC_q p^n$ খ ${}^nC_r p^r q^{n-r}$
 গ ${}^nC_r p^{n-r} q^r$ ঘ ${}^nC_r (1)^{n-r} q^r$

সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

মান-৫০

[বি. দ্র. যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০

১০ × ৫ = ৫০]

১. ▶ $\left(k - \frac{x}{5}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ $\frac{3k^2}{125}$ ।
- ক. দ্বিপদী কাকে বলে? উদাহরণ দাও। ২
- খ. পঞ্চম পদ $\frac{3x^n}{5}$ হলে n এবং k এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. 'খ' থেকে প্রাপ্ত k এর মানসহ উদ্দীপকের দ্বিপদী বিস্তৃতির মাধ্যমে $(1.995)^6$ এর বিস্তৃতি চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪
২. ▶ $f(x) = \frac{1}{2z+1}$
 $A = 1 + dy^2$ এবং $B = (b+y)(1+cy)^4$
- ক. B এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা কত? ২
- খ. B এর y^2 পর্যন্ত বিস্তৃতিতে যদি A কে পাওয়া যায় তবে, b, c ও d এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে $\left(\frac{1}{f(x)} - \frac{3x}{2}\right)^7$ এর বিস্তৃতির প্রথম চারটি পদ থেকে $(1.005)^7$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪
৩. ▶ $P = (a+b)^n$ এবং $Q = (k-d)^n$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।
- ক. $a=2, b=\frac{x}{3}, n=6$ হলে, প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে P কে বিস্তার কর। ২
- খ. $k=1, d=x, n=40$ এবং Q এর বিস্তৃতিতে ২১ তম ও ২২ তম পদ সমান হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $a=2, b=\frac{x}{2}, n=6$ হলে, P এর বিস্তৃতিতে প্রথম ৪টি পদ নির্ণয় কর। ৪
৪. ▶ $P = \left(2 + \frac{x}{2}\right)^8 \dots \dots \dots$ (i)
 $Q = (a+bx)^7 \dots \dots \dots$ (ii)
 $R = (b-ax)^8 \dots \dots \dots$ (iii)
- ক. $\frac{5! \times 0!}{0!} = ?$ ২
- খ. $a=b=1$ হলে QR এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪
- গ. x এর ঘাত উর্ধ্বক্রম অনুসারে (i) নং কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং উহার সাহায্যে $(1.885)^8$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪
৫. ▶ $(1+x)(1-ax)^8$ একটি দ্বিপদী রাশি, $a \in \mathbb{R}$ ।
- ক. প্রমাণ কর $n! = n(n-1)!$ ২
- খ. প্রদত্ত রাশিকে x^2 পদ পর্যন্ত x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রমানুসারে বিস্তৃত কর এবং ১ম ৩টি পদ যথাক্রমে, $1, 0, bx^2$ হলে a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $a = \frac{1}{2}$ হলে বিস্তৃতির মধ্যপদ কত? ৪
৬. ▶ (i) $Q = \left(k - \frac{x}{3}\right)^7$ (ii) $g(x) = \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^8$
- ক. দেখাও যে, $0! = 1$ ২
- খ. Q এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ $\frac{35}{3}$ হলে k এর মান কত? ৪
- গ. দেখাও যে, $g(x)$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এবং x^6 এর সহগের পার্থক্য $\frac{7}{8}$ । ৪
৭. ▶ $A = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^n$ একটি দ্বিপদী রাশি এবং $B = \left(x^2 + \frac{P}{x}\right)^6$
- ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজ কি? ২
- খ. B এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ ৫৪০ হলে P এর মান কত? ৪
- গ. যদি A এর বিস্তৃতির ৪র্থ পদের সহগ ৩য় পদের সহগের $\frac{5}{6}$ গুণ হয় তবে n এর মান নির্ণয় কর। ৪
৮. ▶ $A = \left(x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে n তম পদ x বর্জিত।
 $B = \left(5x^2 - \frac{2}{4x^2}\right)^n$
- ক. A এর সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, ${}^nC_{n-1} = 0! \times 3!$ (n এর মান নির্ণয় করে) ৪
- গ. B এর বিস্তৃতিতে ২য় ও x বর্জিত পদের সহগের অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১	গ	২	ঘ	৩	গ	৪	ঘ	৫	ঘ	৬	ক	৭	ঘ	৮	ক	৯	ঘ	১০	খ	১১	ঘ	১২	গ	১৩	খ
১৪	খ	১৫	ক	১৬	ঘ	১৭	ক	১৮	গ	১৯	খ	২০	ক	২১	গ	২২	ঘ	২৩	খ	২৪	গ	২৫	গ		

সৃজনশীল রচনামূলক মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১. খ. $n=4, k=\pm 5$; গ. 63.0459	৪. ক. 120; খ. 35; গ. 159.2138
২. ক. ৬টি; খ. $1, -\frac{1}{4}, -\frac{5}{8}$; গ. 1.0355	৫. খ. $a = \frac{1}{8}, b = -\frac{9}{16}$; গ. $\frac{-29}{8}x^4$ ও $\frac{21x^5}{8}$
৩. ক. $64 + 64x + \frac{80x^2}{3} + \frac{160x^3}{27} + \frac{20x^4}{27} + \frac{4}{81}x^5 + \frac{x^6}{729}$	৬. খ. 3
খ. $x = -\frac{21}{20}$; গ. $64 + 96x + 60x^2 + 20x^3 + \dots$	৭. খ. 3; গ. 7
	৮. ক. ${}^{12}C_r x^{12-2r}(-1)^r$; গ. 30 : 1

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ২৫ মিনিট; মান-২৫

১. $(1 - \frac{x}{4})^8$ এর বিস্তৃতিতে x^6 এর সহগ কত?

- ক) $\frac{7}{8}$ খ) $\frac{8}{5}$
গ) $\frac{5}{8}$ ঘ) $-\frac{7}{8}$

২. $(1-x)(1+\frac{x}{2})^8$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত?

- ক) $-\frac{1}{2}$ খ) -1
গ) $\frac{1}{2}$ ঘ) 3

৩. $(x + \frac{1}{x^2})^6$ এর বিস্তৃতিতে

- i. পদের সংখ্যা 7 টি
ii. x বর্জিত পদের মান 15
iii. x^3 এর সহগ 6

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৪. $(1+ax)^n$ বিস্তৃতিতে পদ সংখ্যা কতটি?

- ক) n খ) $n-1$
গ) $2n$ ঘ) $n+1$

নিচের তথ্যের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(3x^2 - \frac{1}{2x})^8$ একটি দ্বিপদী রাশি।

৫. উক্ত দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতিতে কয়টি মধ্যপদ থাকবে?

- ক) ৪টি খ) 4টি গ) 1টি ঘ) 5টি

৬. উক্ত দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতিতে কততম পদ মধ্যপদ হবে?

- ক) ৪-তম খ) 5-তম
গ) 4-তম ঘ) 6-তম

৭. $(1+3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে ৩য় পদ কত?

- ক) $45x^2$ খ) $90x^2$
গ) $135x^3$ ঘ) $270x^3$

৮. i. $\binom{5}{0} = 1$

ii. $\binom{5}{1} = 5$

iii. $\binom{5}{2} = 10$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৯. $(1-2x+x^2)^7$ এর বিস্তৃতিতে কয়টি পদ রয়েছে?

- ক) 7 খ) 8 গ) 14 ঘ) 15

১০. $(1-3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^4 এর সহগ কত?

- ক) -405 খ) -270
গ) 243 ঘ) 405

১১. i. $(a+bx)^n$ বিস্তৃতিতে মধ্যপদ একটি হলে n জোড় সংখ্যা

ii. $(a+bx)^n$ বিস্তৃতির x^3 এর সহগ ${}^nC_3 a^{n-3} (bx)^3$

iii. $\binom{10}{4}$ এর মান 210

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও iii খ) ii ও iii
গ) ii ঘ) i, ii ও iii

১২. $\binom{8}{5} x^5$ পদের দ্বিপদী রাশি নিচের কোনটি?

- ক) $(1+x)^5$ খ) $(1+x)^8$
গ) $(1-x)^5$ ঘ) $(1-x)^8$

১৩. $\frac{n!}{n-2!}$ এর মান কোনটি?

- ক) n খ) $n-1$
গ) $n(n-1)$ ঘ) $n-2$

১৪. $(p+q)^n$ এর বিস্তৃতিতে, কোনটি সাধারণ পদ?

- ক) ${}^nC_r q^r$ খ) ${}^nC_r p^r q^{n-r}$
গ) ${}^nC_r p^{n-r} q^r$ ঘ) ${}^nC_r (1)^{n-r} q^r$

১৫. $(x^2 + \frac{1}{x^2})^6$ এর বিস্তৃতির x মুক্ত পদের মান

নিচের কোনটি?

- ক) 12 খ) 16
গ) 20 ঘ) 24

১৬. $(x+y)^4$ এর বিস্তৃতিতে দ্বিপদীর সহগগুলো হচ্ছে—

- ক) 1, 6, 4, 6, 1
খ) 1, 4, 1, 4, 6
গ) 1, 4, 6, 4, 1
ঘ) 1, 6, 6, 2, 1

১৭. $(a-2b)^5$ এর বিস্তৃতিতে a^3b^2 এর সহগ কত?

- ক) -10 খ) -20
গ) -30 ঘ) 40

১৮. $(1+\frac{2}{x})^8$ এর বিস্তৃতিতে x^{-2} এর সহগ কত?

- ক) 112 খ) 114
গ) 121 ঘ) 141

১৯. দ্বিপদীর নিয়ম অনুযায়ী—

- i. ${}^4C_0 = {}^4C_4$
ii. ${}^nC_1 = n$
iii. ${}^5C_0 = 5$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২০. $(1+x)^{m+n}$ এর বিস্তৃতিতে—

- i. x^m ও x^n এর সহগ সমান
ii. পদসংখ্যা = $m+n+1$
iii. x বর্জিত পদ একটি হবে যদি m ও n জোড় বা বিজোড় হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২১. $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে—

- i. সাধারণ পদ = ${}^nC_r a^{n-r} x^r$
ii. মোট পদসংখ্যা = $n+1$
iii. $(\frac{n}{2}+1)$ তম পদ মধ্যপদ, যেখানে n জোড় সংখ্যা

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) ii ও iii
গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

২২. ${}^nC_r =$ কত?

- ক) $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ খ) $\frac{n!}{(r-n)!}$
গ) $\frac{r!}{r!(n-r)!}$ ঘ) $\frac{n!}{r!(r-n)!}$

২৩. $(1-\frac{x}{4})^n$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ

$\frac{7}{4}$ হলে n এর মান নির্ণয় কর।

- ক) 7 খ) 8
গ) 3 ঘ) 6

নিচের তথ্যের আলোকে (২৪ ও ২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$(y + \frac{1}{y^2})^6$ এর বিস্তৃতিতে—

২৪. পদসংখ্যা কয়টি?

- ক) 5 খ) 6 গ) 7 ঘ) 8

২৫. উক্ত বিস্তৃতিতে y মুক্ত পদ কোনটি?

- ক) পঞ্চম পদ খ) চতুর্থ পদ
গ) তৃতীয় পদ ঘ) দ্বিতীয় পদ

সৃজনশীল প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

মান-৫০

[বি. দ্র. যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০

১০ × ৫ = ৫০]

১. ▶ $(1+p^2)^7, \left(y^2 + \frac{k}{y}\right)^6$ দুটি দ্বিপদী রাশি।
 ক. ১ম দ্বিপদীটির পদসংখ্যা এবং শেষপদ নির্ণয় কর। ২
 খ. প্যাসকেলের ত্রিভুজ দিয়ে ১ম দ্বিপদীটি বিস্তৃতি কর। ৪
 গ. দ্বিতীয় রাশির বিস্তৃতিতে y^3 -এর সহগ 160 হলে k-এর মান নির্ণয় কর। ৪
২. ▶ $A = (px + q)^5$ এবং $B = (1 + rx)^6$ দুইটি রাশি।
 ক. A কে x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২
 খ. A.B কে x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রম অনুসারে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪
 গ. A.B এর বিস্তৃতিতে যদি $1 - 28x + 355x^2 - \dots$ পাওয়া যায়, এবং $p = -2$ হয় তবে q এবং r এর মান নির্ণয় কর। ৪
৩. ▶ $(1 + ax)^n$ দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে x এবং x^2 এর সহগ যথাক্রমে -30 এবং 405 পাওয়া যায়।
 ক. $(1 + ax)^n$ রাশিকে দ্বিপদী উপপাদ্যের সাহায্যে x^2 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২
 খ. a ও n এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. $a = -2$ ও $n = 5$ এর মান বসিয়ে $(x - a)(1 + ax)^n$ কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ৪
৪. ▶ $P = \left(2 + \frac{x}{2}\right)^8 \dots\dots\dots$ (i)
 $Q = (a + bx)^7 \dots\dots\dots$ (ii)
 $R = (b - ax)^8 \dots\dots\dots$ (iii)
 ক. দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (ii)নং এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২
 খ. $a = b = 1$ হলে, QR এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪
 গ. x এর ঘাত উর্ধ্বক্রমানুসারে (i)নং কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং উহার সাহায্যে $(1.995)^8$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪
৫. ▶ $P = \left(2x^2 + \frac{a}{x}\right)^8, Q = (1 + x)^n$ এবং $R = (a - bx)^{10n}$
 ক. Q এর বিস্তৃতি থেকে সাধারণ পদ কত? ২
 খ. P এর বিস্তৃতি থেকে x^4 ও x^{10} এর সহগ সমান হলে, a এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. $n = 1$ হলে, QR এর বিস্তৃতিতে x^5 এর সহগ শূন্য হলে, a : b নির্ণয় কর। ৪
৬. ▶ $(1 + x)^7$ ও $\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x^2}\right)^6$ দুটি দ্বিপদী রাশি—
 ক. প্রথম দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতিতে 4 তম ও 5 তম পদ সমান হলে $x = ?$ ২
 খ. প্রথম দ্বিপদী রাশির বিস্তৃতিতে দুইটি ক্রমিক পদের সহগের অনুপাত 1 : 3 হলে পদ দুটি কত তম? ৪
 গ. দ্বিতীয় দ্বিপদী রাশিটির বিস্তৃতিতে যদি x বর্জিত পদ এবং মধ্যপদ সমান হয় তবে প্রমাণ কর যে, $3x^3 - 8 = 0$ ৪
৭. ▶ $\left(1 + \frac{1}{4}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদ চতুর্থ পদের দ্বিগুণ।
 ক. প্রদত্ত দ্বিপদীটিকে ৪র্থ পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর। ২
 খ. বিস্তৃতিটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪
 গ. উদ্দীপকের $\frac{1}{4}$ এর পরিবর্তে $\frac{1}{x}$ ধরে প্রাপ্ত বিস্তৃতির শেষ পদ তার পূর্ববর্তী পদের সমান হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪
৮. ▶ $(1 + x)(1 - ax)^8$ একটি দ্বিপদী রাশি। যেখানে x, a ∈ R
 ক. প্রমাণ কর যে, $n! = n(n - 1)!$ ২
 খ. প্রদত্ত রাশিকে x^2 পদ পর্যন্ত x এর ঘাতের উর্ধ্বক্রমানুসারে বিস্তৃত কর এবং বিস্তৃতিতে ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে 1, 0, bx^2 হলে a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. $a = \frac{1}{2}$ হলে, বিস্তৃতিটির মধ্যপদ নির্ণয় কর। ৪

নিজেকে যাচাই করি: বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

উত্তর	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০	১১	১২	১৩
	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০	২১	২২	২৩	২৪	২৫	২৬

নিজেকে যাচাই করি: সৃজনশীল প্রশ্ন

১. ক. $8, p^{14}$; খ. $1 + 7p^2 + 21p^4 + 35p^6 + 35p^8 + 21p^{10} + 7p^{12} + p^{14}$
 গ. 2
২. ক. $q^5 + 5pq^4x + 10p^2q^3x^2 + 10p^3q^2x^3 + \dots$
 খ. $q^5 + q^4(5p + 6qr)x + 5q^3(2p^2 + 6pqr + 3q^2r^2)x^2 + 5q^2(2p^3 + 12p^2qr + 15pq^2r^2 + 4q^3r^3)x^3 + \dots$
 গ. $q = 1, r = -3$
৩. ক. $1 + nax + \frac{n(n-1)}{2}a^2x^2 + \dots$
 খ. $n = 10; a = -3$; গ. $2 - 19x + 70x^2 - 120x^3 + \dots$
৪. ক. $a^7 + \binom{7}{1}a^6bx + \binom{7}{2}a^5b^2x^2 + \binom{7}{3}a^4b^3x^3 + \binom{7}{4}a^3b^4x^4 + \binom{7}{5}a^2b^5x^5 + \binom{7}{6}ab^6x^6 + b^7x^7$
 খ. 35; গ. 250.9246 (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত)
৫. ক. ${}^nC_r x^r$; খ. $\pm \sqrt{\frac{8}{5}}$; গ. a : b = 6 : 5
৬. ক. x = 1
 খ. পদ দুইটি ২য় ও ৩য় পদ।
৭. ক. $1 + \binom{n}{1}\left(\frac{1}{4}\right) + \binom{n}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \binom{n}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots$
 খ. $\frac{35}{128}$; গ. $\frac{1}{8}$
৮. খ. $a = \frac{1}{8}, b = -\frac{9}{16}$
 গ. $\frac{21}{8}x^5$