

মূল বইয়ের অতিরিক্ত অংশ

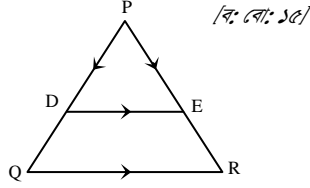
দ্বাদশ অধ্যায়: সমতলীয় ভেক্টর



পরীক্ষায় কমন পেতে আরও প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১

ΔPQR -এর PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E .



ক. $(\vec{PD} + \vec{DE})$ কে \vec{PR} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $DE \parallel QR$ এবং $DE = \frac{1}{2}QR$. ৪

গ. $DERQ$ ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও G হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $FG \parallel DE \parallel QR$ এবং

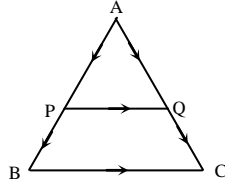
$$FG = \frac{1}{2}(QR - DE). \quad ৪$$

১ নং প্রশ্নের সমাধান

সৃজনশীল প্রশ্ন ১০নং এর অনুরূপ। পৃষ্ঠা- ৫৮৯

প্রশ্ন ২

ΔABC এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত PQ রেখাংশ BC এর সমান্তরাল।



ক. ΔABC এবং ΔAPQ এ যথাক্রমে ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগ বিধির প্রয়োগ দেখাও। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, Q , AC এর মধ্যবিন্দু। ৪

গ. $PBCQ$ ট্রাপিজিয়ামের PB ও QC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে R ও S হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $RS \parallel PQ \parallel BC$ এবং

$$RS = \frac{1}{2}(PQ + BC). \quad ৪$$

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ধরি, ΔABC -এ $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{BC} = \underline{v}$ । এখানে \underline{u} এর প্রান্তবিন্দু \underline{v} এর আদিবিন্দু।

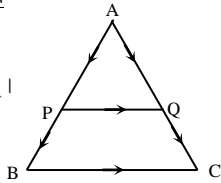
$$\therefore \vec{AC} = \underline{u} + \underline{v}$$

$$\therefore \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$

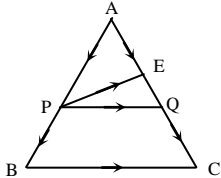
আবার, ΔAPQ -এ \vec{AP} ও \vec{AQ} এর আদিবিন্দু একই

$\therefore \vec{AP} - \vec{AQ}$ এর আদিবিন্দু হচ্ছে \vec{AQ} এর অন্তবিন্দু এবং অন্তবিন্দু হচ্ছে \vec{AP} এর অন্তবিন্দু।

$$\therefore \vec{AP} - \vec{AQ} = \vec{QP}$$



খ.



দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের AB বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত BC এর সমান্তরাল PQ , AC কে Q বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে Q , AC এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ: Q যদি \vec{AC} এর মধ্যবিন্দু না হয়, তবে ধরি, E , \vec{AC} এর মধ্যবিন্দু।

$$\text{তাহলে } \vec{AP} = \frac{1}{2} \vec{AB} \quad [\because P, \vec{AB} \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$\therefore \vec{PE} = \vec{PA} + \vec{AE}$$

$$= -\vec{AP} + \vec{AE} \quad [\because \vec{AP} = -\vec{PA}]$$

$$= \vec{AE} - \vec{AP}$$

$$= \frac{1}{2} \vec{AC} - \frac{1}{2} \vec{AB} \quad [\because E, \vec{AC} \text{ এর মধ্যবিন্দু}]$$

$$= \frac{1}{2}(\vec{AC} - \vec{AB})$$

$$= \frac{1}{2} \vec{BC} \quad [\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{BC}]$$

$$\therefore \vec{PE} = \frac{1}{2} \vec{BC}$$

অর্থাৎ, $PE \parallel BC$ কিন্তু $PQ \parallel BC$ (প্রশ্নমতে)

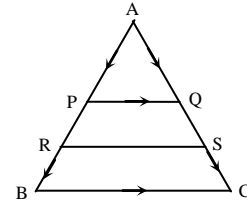
তাহলে \vec{PE} ও \vec{PQ} রেখাদ্বয় উভয়ে P বিন্দু দিয়ে যায় এবং \vec{BC} এর সমান্তরাল।

অতএব, \vec{PE} ও \vec{PQ} অবশ্যই সমাপাতিত হবে।

$\therefore E$ ও Q একই বিন্দু হবে।

অর্থাৎ Q , AC এর মধ্যবিন্দু (প্রমাণিত)

গ



$PBCQ$ ট্রাপিজিয়ামে R ও S যথাক্রমে PB ও QC এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে $RS \parallel PQ \parallel BC$ এবং

$$RS = \frac{1}{2}(PQ + BC)$$

প্রমাণ: মনে করি কোন ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে P , B , C ও Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \underline{p} , \underline{b} , \underline{c} ও \underline{q} .

$$\therefore \vec{BC} = \underline{c} - \underline{b}$$

$$\text{এবং } \vec{PQ} = \underline{q} - \underline{p}$$

$$\therefore R \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} = \frac{\underline{p} + \underline{b}}{2}$$

$$S \text{ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর} = \frac{\underline{c} + \underline{q}}{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \overrightarrow{RS} &= \frac{1}{2}(\underline{c} + \underline{d}) - \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{p}) \\ &= \frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b}) + \frac{1}{2}(\underline{d} - \underline{p}) \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ} \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{PQ})\end{aligned}$$

কিন্তু \overrightarrow{BC} ও \overrightarrow{PQ} পরস্পর সমান্তরাল হওয়ায় $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{PQ}$ ভেক্টরটিও তাদের সমান্তরাল হবে।

$$\therefore RS \parallel BC \parallel PQ \text{ এবং } RS = \frac{1}{2}(BC + PQ) \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৩ ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণের ছেদবিন্দু O। P ও Q বিন্দুদ্বয় BD ও AC কর্ণদ্বয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

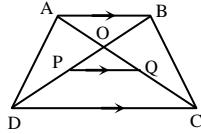
ক. O-এর সাপেক্ষে A, B, C ও D বিন্দু চারটির অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD ট্রাপিজিয়াম হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQ \parallel AB \parallel DC$ এবং $PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$ ৪

গ. O যদি P ও Q বিন্দুর সাথে মিলে যায় অর্থাৎ O যদি কর্ণদ্বয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করে তাহলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ABCD একটি সামান্তরিক। ৪

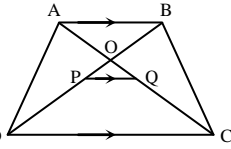
৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ যার কর্ণদ্বয় AC ও BD এর ছেদ বিন্দু O এবং P ও Q যথাক্রমে BD ও AC কর্ণের মধ্যবিন্দু।



O বিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C ও D বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে, \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} ও \overrightarrow{OD} ।

খ মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের $AB \parallel CD$ এবং AC ও BD কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে Q ও P। P, Q যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$

এবং $PQ \parallel AB \parallel CD$ ।

প্রমাণ: মনে করি, কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে A, B, C, D এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} , \underline{d} ।

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \underline{b} - \underline{a} \\ \overrightarrow{DC} &= \underline{c} - \underline{d}\end{aligned}$$

\therefore P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{d})$ [\because P, BD এর মধ্যবিন্দু]

Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c})$ [\because Q, AC এর মধ্যবিন্দু]

$$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c}) - \frac{1}{2}(\underline{b} + \underline{d}) = \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{c} - \underline{b} - \underline{d})$$

$$\text{বা, } \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\{(\underline{c} - \underline{d}) - (\underline{b} - \underline{a})\}$$

$$\therefore \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$$

$AB \parallel CD$ হওয়ায় $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB}$ ভেক্টরটিও \overrightarrow{AB} ও \overrightarrow{CD} ভেক্টরের সমান্তরাল হবে। তাহলে \overrightarrow{PQ} ভেক্টরটিও \overrightarrow{AB} ও \overrightarrow{CD} ভেক্টরদ্বয়ের

সমান্তরাল হবে কারণ $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB})$

$$\therefore |\overrightarrow{PQ}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB}| = \frac{1}{2}(|\overrightarrow{DC}| - |\overrightarrow{AB}|)$$

$$\text{বা, } PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$$

অর্থাৎ $PQ \parallel AB \parallel DC$

$$\therefore PQ = \frac{1}{2}(DC - AB) \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় BD ও AC এর মধ্যবিন্দু P ও Q এবং কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু O একই বিন্দু। অর্থাৎ O কর্ণদ্বয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ: 'খ' হতে পাই, $AB \parallel DC$

যেহেতু O, AC ও BD এর মধ্য বিন্দু।

$$\therefore \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB} \text{ এবং } \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$$

$$\text{এখন, } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \text{ [ত্রিভুজ বিধি অনুসারে]}$$

$$= \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$$

$$= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} \text{ } [\because \underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}]$$

$$= \overrightarrow{DC} \text{ [ত্রিভুজ বিধি অনুসারে]}$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$\therefore AB = DC \text{ এবং } AB \parallel DC$$

\therefore ABCD একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৪ A, B, C ও D বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} ও \underline{d} ।

ক. দেখাও যে, $\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$ । ২

খ. দেখাও যে, ABCD সামান্তরিক হবে যদি ও কেবল যদি $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$ হয়। ৪

গ. AB রেখাংশ c বিন্দুতে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে, দেখাও যে, C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\underline{c} = \frac{mb + na}{m + n}$ ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

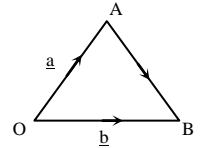
ক মনে করি, কোনো সমতলে O বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ এবং B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর

$$\overrightarrow{OB} = \underline{b}$$

$$\text{তাহলে } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$$

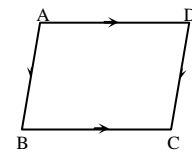
$$\text{বা, } \underline{a} + \overrightarrow{AB} = \underline{b}$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a} \text{ (দেখানো হলো)}$$



খ দেওয়া আছে, A, B, C, D বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} , \underline{d} ।

দেখাতে হবে যে, ABCD সামান্তরিক হবে যদি ও কেবল যদি $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$ হয়।



A, B, C ও D বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} ও \underline{d}

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a} \text{ এবং } \overrightarrow{DC} = \underline{c} - \underline{d}$$

মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক।

তাহলে, AB ও DC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হবে।

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$\therefore \underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$$

বিপরীতক্রমে, মনে করি, $\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d}$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

সুতরাং AB ও DC রেখা দুটি পরস্পর সমান ও সমান্তরাল অর্থাৎ ABCD একটি সামান্তরিক।

\therefore ABCD একটি সামান্তরিক হবে যদি ও কেবল যদি

$$\underline{b} - \underline{a} = \underline{c} - \underline{d} \text{ হয়। (দেখানো হলো)}$$

গ মনে করি, কোনো মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে A ও B এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \underline{a} ও \underline{b} । AB রেখাংশ C বিন্দুতে $m : n$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে দেখাতে হবে যে, C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $\underline{c} = \frac{mb + na}{m + n}$ ।

$$\text{প্রমাণ: } \frac{AC}{CB} = \frac{m}{n}$$

[\therefore AB রেখাংশ C বিন্দুতে $m : n$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়েছে]

$$\text{বা, } \frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{CB}|} = \frac{m}{n}$$

$$\text{বা, } \frac{|\overrightarrow{CB}|}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{n}{m} \text{ [ব্যস্তকরণ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{|\overrightarrow{CB}| + |\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{n + m}{m} \text{ [যোজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{AC + CB}{AC} = \frac{n + m}{m}$$

$$\text{বা, } \frac{AB}{AC} = \frac{n + m}{m}$$

$$\text{বা, } \frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|} = \frac{m + n}{m}$$

$$\text{বা, } \frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{m}{m + n} \text{ [ব্যস্তকরণ করে]}$$

$$\text{বা, } |\overrightarrow{AC}| = \left(\frac{m}{m + n}\right) |\overrightarrow{AB}|$$

$$\text{বা, } \overrightarrow{AC} = \left(\frac{m}{m + n}\right) \overrightarrow{AB} \text{ [}\therefore \overrightarrow{AC} \text{ এবং } \overrightarrow{AB} \text{ এর দিক একই]}$$

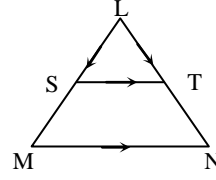
$$\text{বা, } \underline{c} - \underline{a} = \frac{m}{m + n} (\underline{b} - \underline{a}) \text{ [}\therefore \overrightarrow{AC} = \underline{c} - \underline{a} \text{ এবং } \overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}]$$

$$\text{বা, } \underline{c} = \frac{m}{m + n} (\underline{b} - \underline{a}) + \underline{a}$$

$$\text{বা, } \underline{c} = \frac{mb - ma + ma + na}{m + n}$$

$$\therefore \underline{c} = \frac{na + mb}{m + n} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ▶ ৫



চিত্রে $\triangle LMN$ এর LM ও LN বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T.

ক. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্রটি বর্ণনা কর।

২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে দেখাও যে, $ST \parallel MN$ এবং $ST = \frac{1}{2} MN$.

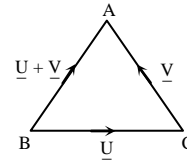
৪

গ. যদি SMNT ট্রাপিজিয়ামের SM ও TN এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E হয় তবে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$DE \parallel ST \parallel MN \text{ এবং } DE = \frac{1}{2} (ST + MN). \quad ৪$$

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্র: কোনো \underline{U} ভেক্টরের প্রান্তবিন্দু থেকে

অপর একটি ভেক্টর \underline{V} আঁকা হলে $\underline{U} + \underline{V}$ দ্বারা এরূপ একটি

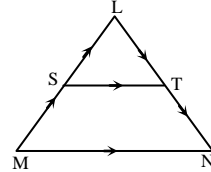
ভেক্টর বোঝায় যার আদিবিন্দু \underline{U} এর আদিবিন্দু এবং যার প্রান্তবিন্দু \underline{V} এর প্রান্তবিন্দু।

অর্থাৎ চিত্র থেকে ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্র অনুযায়ী

$$\underline{U} + \underline{V} = \underline{U} + \underline{V}$$

$$\text{বা, } \underline{BA} = \underline{BC} + \underline{CA}$$

খ



এখানে LMN ত্রিভুজের LM ও LN বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে S ও T. প্রমাণ করতে হবে যে,

$$ST = \frac{1}{2} MN \text{ এবং } ST \parallel MN.$$

$$\text{প্রমাণ: } LS = SM = \frac{1}{2} LM \text{ এবং } LT = TN = \frac{1}{2} LN$$

ত্রিভুজ বিধি অনুসারে $\triangle LMN$ হতে পাই,

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ML} + \overrightarrow{LN}$$

$$\text{বা, } \overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{LM} + \overrightarrow{LN}$$

$$\text{বা, } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{LN} - \overrightarrow{LM}$$

আবার, $\triangle LST$ হতে পাই,

$$\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{SL} + \overrightarrow{LT}$$

$$= -\overrightarrow{LS} + \overrightarrow{LT}$$

$$= \overrightarrow{LT} - \overrightarrow{LS}$$

$$= \frac{1}{2} \overrightarrow{LN} - \frac{1}{2} \overrightarrow{LM}$$

$$= \frac{1}{2} (\vec{LN} - \vec{LM}) = \frac{1}{2} \vec{MN}$$

$$\therefore |\vec{ST}| = \frac{1}{2} |\vec{MN}|$$

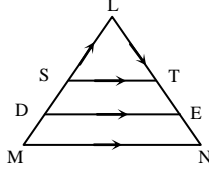
$$ST = \frac{1}{2} MN$$

সুতরাং, \vec{ST} ও \vec{MN} ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল।

কিন্তু এখানে ধারক রেখা এক নয়। সুতরাং, \vec{ST} ও \vec{MN} ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখাদ্বয় অর্থাৎ ST ও MN সমান্তরাল।

$\therefore ST \parallel MN$ (দেখানো হলো)

গ



এখানে D ও E যথাক্রমে SM ও TN এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $DE \parallel ST \parallel MN$ এবং

$$DE = \frac{1}{2} (ST + MN)$$

প্রমাণ: SMNT ট্রাপিজিয়াম এ $\vec{ST} = \frac{1}{2} \vec{MN}$ [‘খ’ হতে]

আবার, $\vec{ST} = \vec{SL} + \vec{LT}$

$$\begin{aligned} &= \vec{DL} - \vec{DS} + \vec{LE} - \vec{TE} \\ &= (\vec{DL} + \vec{LE}) - (\vec{DS} + \vec{TE}) \\ &= \vec{DE} - (\vec{DS} + \vec{TE}) \end{aligned}$$

আবার, $\vec{MN} = \vec{ML} + \vec{LN}$

$$\begin{aligned} &= \vec{MD} + \vec{DL} + \vec{EN} + \vec{LE} \\ &= (\vec{DL} + \vec{LE}) + (\vec{MD} + \vec{EN}) \\ &= \vec{DE} + (\vec{DS} + \vec{TE}) \quad [\vec{DS} = \vec{MD} \text{ এবং } \vec{TE} = \vec{EN}] \end{aligned}$$

$$\therefore \vec{ST} + \vec{MN} = 2\vec{DE}$$

$$\therefore \vec{DE} = \frac{1}{2} (\vec{ST} + \vec{MN})$$

$$\therefore |\vec{DE}| = \frac{1}{2} (|\vec{ST}| + |\vec{MN}|)$$

$$DE = \frac{1}{2} (ST + MN)$$

সুতরাং, \vec{DE} , \vec{ST} , \vec{MN} ভেক্টরদ্বয়ের ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল। কিন্তু এখানে ধারক রেখা এক নয়। অর্থাৎ ধারক রেখাদ্বয় সমান্তরাল।

$\therefore DE \parallel ST \parallel MN$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৬ P, Q, R, S একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু। চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A, B, C ও D।

ক. AB এর অবস্থান ভেক্টর PQ ও QR এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ABCD একটি সামান্তরিক। ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ABCD এর কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে। ৪

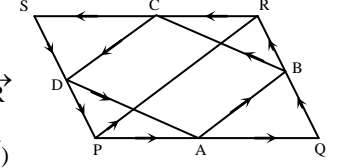
৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্র হতে,

$$\vec{AB} = \vec{AQ} + \vec{QB}$$

$$\text{বা, } \vec{AB} = \frac{1}{2} \vec{PQ} + \frac{1}{2} \vec{QR}$$

$$\therefore \vec{AB} = \frac{1}{2} (\vec{PQ} + \vec{QR})$$



খ. দেওয়া আছে, PQRS চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A, B, C ও D প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

প্রমাণ: মনে করি, $\vec{PQ} = \underline{a}$, $\vec{QR} = \underline{b}$, $\vec{RS} = \underline{c}$ এবং $\vec{SP} = \underline{d}$

‘ক’ হতে পাই, $\vec{AB} = \frac{1}{2} (\vec{PQ} + \vec{QR}) = \frac{1}{2} (\underline{a} + \underline{b})$

$$\text{অনুরূপভাবে } \vec{BC} = \frac{1}{2} (\underline{b} + \underline{c})$$

$$\vec{CD} = \frac{1}{2} (\underline{c} + \underline{d})$$

$$\text{এবং } \vec{DA} = \frac{1}{2} (\underline{d} + \underline{a})$$

আবার, $\vec{PR} = \vec{PQ} + \vec{QR} = \underline{a} + \underline{b}$

এবং $\vec{RP} = \vec{RS} + \vec{SP} = (\underline{c} + \underline{d})$ [ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি অনুযায়ী]

$$\begin{aligned} \therefore (\underline{a} + \underline{b}) + (\underline{c} + \underline{d}) &= \vec{PR} + \vec{RP} \\ &= \vec{PR} - \vec{PR} \quad [\because \vec{RP} = -\vec{PR}] \\ &= \underline{0} \end{aligned}$$

অর্থাৎ $(\underline{a} + \underline{b}) = -(\underline{c} + \underline{d})$

$$\frac{1}{2} (\underline{a} + \underline{b}) = -\frac{1}{2} (\underline{c} + \underline{d})$$

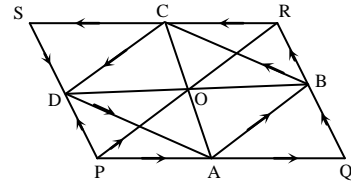
$$\therefore \vec{AB} = -\vec{CD}$$

$$\therefore \vec{AB} = \vec{DC}$$

$\therefore AB$ এবং DC সমান ও সমান্তরাল। অনুরূপভাবে, BC এবং AD সমান ও সমান্তরাল।

$\therefore ABCD$ একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)

গ



মনে করি, ABCD সামান্তরিকের \vec{AC} ও \vec{BD} কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

মনে করি, $\vec{AO} = \underline{a}$, $\vec{OB} = \underline{b}$,

$$\vec{OC} = \underline{c} \text{ এবং } \vec{OD} = \underline{d}$$

প্রমাণ করতে হবে যে, $|\underline{a}| = |\underline{c}|$; $|\underline{b}| = |\underline{d}|$

প্রমাণ: $\vec{AO} + \vec{OD} = \vec{AD}$ এবং $\vec{BO} + \vec{OC} = \vec{BC}$

‘খ’ হতে পাই, $\vec{AD} = \vec{BC}$

$$\text{অর্থাৎ } \vec{AO} + \vec{OD} = \vec{BO} + \vec{OC}$$

$$\text{বা, } \underline{a} + \underline{d} = \underline{b} + \underline{c}$$

বা, $\underline{a} + \underline{d} - \underline{c} - \underline{d} = \underline{b} + \underline{c} - \underline{c} - \underline{d}$ [উভয় পক্ষে $-\underline{c} - \underline{d}$ যোগ করে]

$$\therefore \underline{a} - \underline{c} = \underline{b} - \underline{d}$$

এখানে, a ও c এর ধারক AC.

$\therefore a - c$ এর ধারক AC

আবার, b ও d এর ধারক BD

$\therefore b - d$ এর ধারক BD.

$a - c$ ও $b - d$ দুইটি সমান সমান অশূন্য ভেক্টর হলে তাদের ধারকরেখা একই অথবা সমান্তরাল হবে। কিন্তু AC ও BD দুইটি পরস্পরচ্ছেদী অসমান্তরাল সরলরেখা।

সুতরাং $a - c$ ও $b - d$ ভেক্টরদ্বয় অশূন্য হতে পারে না বিধায় এদের মান শূন্য হবে।

$\therefore a - c = 0$

বা, $a = c$

এবং $b - d = 0$

$\therefore b = d$

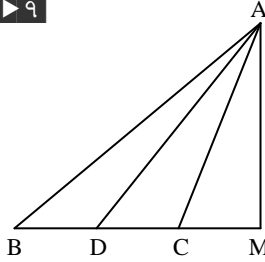
$\therefore |a| = |c|$ এবং $|b| = |d|$

\therefore ABCD এর কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে। (প্রমাণিত)



উত্তর সংকেতসহ সৃজনশীল প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ৭



◀ শিখনফল-৮(অনু. ১২), ২(অনু. ৩.১)

ΔABC এ AD একটি মধ্যমা এবং $AM \perp BC$

ক. ত্রিভুজের মধ্যমা কাকে বলে। কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলো ও মধ্যমাসমূহের মধ্যকার সম্পর্কটি লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + DC^2)$ ৪

গ. AC ও AB বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F হলে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = 0$ ৪

প্রশ্ন ▶ ৮ $(-2, -3)$ বিন্দুগামী একটি রেখার ঢাল 3 এবং রেখাটি x অক্ষ ও y অক্ষকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। অপর একটি রেখা R(4, 3) এবং S(3, 0) বিন্দু দিয়ে যায়। ◀ শিখনফল-১, ২(অনু. ১১.৪), ৮(অনু. ১২)

ক. PQ রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। ২

খ. P, Q, R, S বিন্দু চারটি লেখ কাগজে স্থাপন করে দেখাও যে, PQRS একটি সামান্তরিক। ৪

গ. PQRS এর সন্নিহিত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাসমূহ দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজটি কি ধরনের হবে তা ভেক্টর পদ্ধতিতে নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. $y = 3x + 3$ গ. সামান্তরিক।

প্রশ্ন ▶ ৯ $4x + 5y = 20$ একটি সরলরেখার সমীকরণ এবং ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q. ◀ অধ্যায়-১১ ও ১২ এর সমন্বয়ে

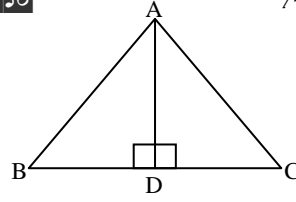
ক. সরলরেখার ঢাল কী? উদ্ভীপকের সরলরেখার ঢাল নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত সরলরেখাটি x ও y অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে দেখাও যে, $PQ = \frac{1}{2} BC$ এবং $PQ \parallel BC$. ৪

উত্তর: ক. $-\frac{4}{5}$ খ. 10 বর্গ একক।

প্রশ্ন ▶ ১০



[গবনমেন্ট ল্যাবরেটরী হাই স্কুল, ঢাকা]

ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে $AB = AC$ এবং $AD \perp BC$

ক. ΔABC এর ক্ষেত্রে \vec{DA} ভেক্টরকে \vec{CD} এবং \vec{CA} ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. চিত্রে A, B এবং C সমবৃত্ত হলে এবং $AB = AC = 13$ সে. মি. এবং $BD = CD = 5$ সে. মি. হলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

গ. ABC ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ R হলে প্রমাণ কর যে, $AB^2 = 2R \cdot AD$. ৪

উত্তর: ক. $\vec{DA} = \vec{CD} + \vec{CA}$; খ. 7.042 সে.মি. (প্রায়)

প্রশ্ন ▶ ১১ ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E

ক. $(\vec{AD} + \vec{DE})$ কে \vec{AC} ভেক্টরের সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$ ৪

গ. BCED ট্রাপিজিয়ামের BD ও CE বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $MN \parallel DE \parallel BC$ এবং $MN = \frac{1}{2} (DE + BC)$ ৪

উত্তর: ক. $\vec{AD} + \vec{DE} = \frac{1}{2} \vec{AC}$

প্রশ্ন ▶ ১২ PQRS সামান্তরিকের কর্ণ PR, QS পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে। ৪

গ. PQRS চতুর্ভুজের PQ, QR, RS, SP বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু A, B, C, D হলে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, ABCD একটি সামান্তরিক। ৪

প্রশ্ন ▶ ১৩ ABC ত্রিভুজের BC, CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F. ◀ শিখনফল-৪ ও ৮

ক. \vec{BC} কে \vec{BE} ও \vec{CF} এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{BF} = 0$ ৪

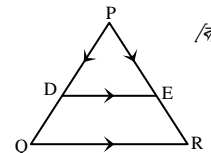
গ. প্রমাণ কর যে, AD, BE ও CF সমবিন্দু এবং তাদের ছেদবিন্দুতে প্রত্যেকে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়। ৪

উত্তর: ক. $\vec{BC} = \frac{2}{3} \vec{BE} - \frac{2}{3} \vec{CF}$

প্রশ্ন ▶ ১৪

ΔPQR -এর PQ ও PR বাহুর

মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E.



[ব. বো: ১৫]

ক. $(\vec{PD} + \vec{DE})$ কে \vec{PR} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

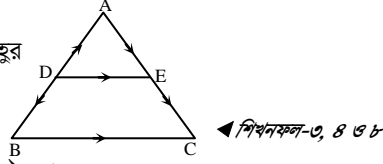
খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $DE \parallel QR$ এবং $DE = \frac{1}{2} QR$. ৪

গ. DERQ ট্রাপিজিয়ামের কর্ণদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও G হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $FG \parallel DE \parallel QR$ এবং

$FG = \frac{1}{2} (QR - DE)$. ৪

প্রশ্ন ▶ ১৫

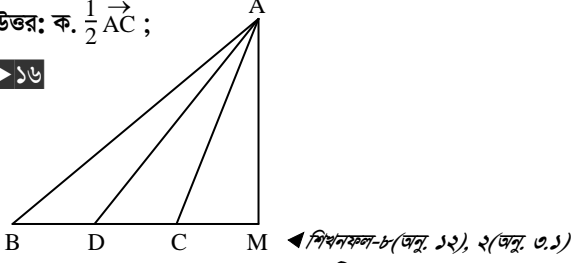
ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E .



- ক. $(\vec{AD} + \vec{DE})$ কে \vec{AC} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $BC \parallel DE$ এবং $DE = \frac{1}{2}BC$. ৪
 গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, কোনো চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তা একটি সামান্তরিক হয়। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2}\vec{AC}$;

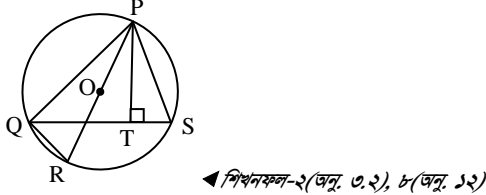
প্রশ্ন ▶ ১৬



ΔABC এ AD একটি মধ্যমা এবং $AM \perp BC$

- ক. ত্রিভুজের মধ্যমা কাকে বলে। কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলো ও মধ্যমাসমূহের মধ্যকার সম্পর্কটি লিখ। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + DC^2)$ ৪
 গ. AC ও AB বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F হলে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = 0$ ৪

প্রশ্ন ▶ ১৭

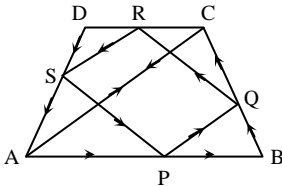


O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাস $PR = 10$ সে.মি. এবং $PQRS$ চতুর্ভুজের সন্নিহিত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A, B, C ও D .

- ক. বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২
 খ. প্রমাণ কর যে, $PQ \cdot PS = PR \cdot PT$ ৪
 গ. ভেক্টরের সাহায্যে দেখাও যে, $ABCD$ একটি সামান্তরিক। ৪

উত্তর: ক. ৭৮.৫৪ বর্গ সে.মি.

প্রশ্ন ▶ ১৮



- P, Q, R, S বিন্দুগুলো $ABCD$ চতুর্ভুজের বাহুসমূহের মধ্যবিন্দু।
 ক. \vec{PQ} ভেক্টরকে \vec{AB} ও \vec{BC} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQRS$ একটি সামান্তরিক। ৪
 গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $PQ \parallel AC$ এবং $PQ = \frac{1}{2}AC$. ৪

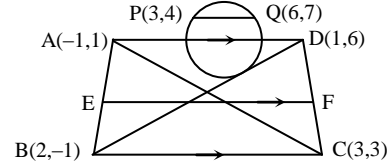
উত্তর: ক. $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC})$

প্রশ্ন ▶ ১৯ A, B, C, D একটি চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দু। $ABCD$ চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R, S ।

- ক. PQ এর অবস্থান ভেক্টর \vec{AB} ও \vec{BC} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQRS$ একটি সামান্তরিক। ৪
 গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQRS$ এর কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে। ৪

উত্তর: ক. $\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC})$

প্রশ্ন ▶ ২০ $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামে AB, CD অসমান্তরাল বাহুর মধ্য বিন্দু E ও F



- ক. বৃত্তটির PQ জ্যায়ের সমীকরণ নির্ণয় কর। ২
 খ. $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
 গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $EF \parallel BC \parallel AD$ এবং $EF = \frac{1}{2}(AD + BC)$ ৪

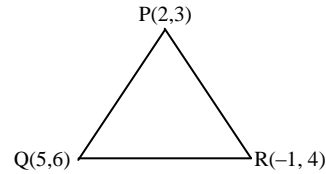
উত্তর: ক. $x - y + 1 = 0$; খ. ১৫ বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ২১ বৃত্তে অন্তর্লিখিত $ABCD$ চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো যথাক্রমে AB ও CD এবং BC ও AD , AC ও BD চতুর্ভুজটির দুইটি কর্ণ।

- ক. ΔABC এর BC বাহুর মধ্যবিন্দু D , AD কে AB ও AC ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
 খ. এমন একটি বৃত্ত অংকন কর যা $ABCD$ বৃত্তকে কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে এবং একটি নির্দিষ্ট সরলরেখাকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্পর্শ করে। ৪
 গ. যুক্তিসহ প্রমাণ কর: $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$. ৪

উত্তর: ক. $\vec{AD} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$

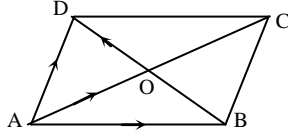
প্রশ্ন ▶ ২২



- ক. ৬ সে.মি. ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তন কত? ২
 খ. PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X এবং Y হলে, ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $XY \parallel QR$ এবং $XY = \frac{1}{2}QR$. ৪
 গ. PQR ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের মাধ্যমে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর: ক. ৯০৪.৭৮১ ঘন একক (প্রায়); গ. ৬ বর্গ একক

প্রশ্ন ▶ ২৩



এখানে, AB ও BD সমান ও সমান্তরাল।

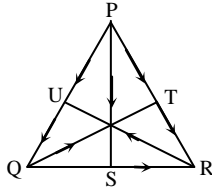
ক. \vec{AB} কে \vec{AD} ও \vec{BD} এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $AO = OC$ এবং $BO = OD$

গ. AC এর মধ্যবিন্দু O হলে প্রমাণ কর যে, $AD^2 + DC^2 = 2(AO^2 + OD^2)$

উত্তর: ক. $\vec{AB} = \vec{AD} - \vec{BD}$

প্রশ্ন ▶ ২৪



ΔPQR এর QR, RP, PQ বাহুগুলো যথাক্রমে S, T, U বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়।

ক. \vec{PQ} কে \vec{PT} ও \vec{RU} ভেক্টরের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

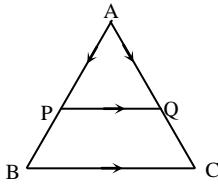
খ. প্রমাণ কর যে, $\vec{PS} + \vec{QT} + \vec{RU} = \vec{0}$

গ. P ও Q এর অবস্থান ভেক্টর \vec{p} ও \vec{q} এবং PQ রেখাংশ U বিন্দুতে $m : n$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে U এর অবস্থান ভেক্টর \vec{u} হলে,

দেখাও যে, $\vec{u} = \frac{n\vec{p} + m\vec{q}}{m + n}$

উত্তর: ক. $\vec{PQ} = 4\vec{PT} + 2\vec{RU}$

প্রশ্ন ▶ ২৫



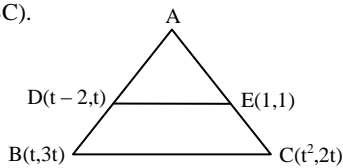
ΔABC এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত PQ রেখাংশ BC এর সমান্তরাল।

ক. ΔABC এবং ΔAPQ এ যথাক্রমে ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগ বিধির প্রয়োগ দেখাও।

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, Q, AC এর মধ্যবিন্দু।

গ. PBCQ ট্রাপিজিয়ামের PB ও QC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে R ও S হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $RS \parallel PQ \parallel BC$ এবং $RS = \frac{1}{2}(PQ + BC)$.

প্রশ্ন ▶ ২৬



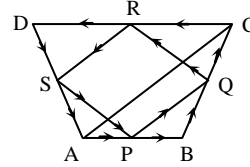
ক. DE ও BC রেখার ঢাল নির্ণয় কর।

খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $DE \parallel BC$ এবং $DE = \frac{1}{2} BC$

গ. ঢালের শর্ত ব্যবহার করে t এর মান বাহির কর এবং DE রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

উত্তর: ক. $\frac{1-t}{3-t}, \frac{1}{1-t}$; গ. $t = 2, -1; x + y = 2$ বা, $x - 2y + 1 = 0$

প্রশ্ন ▶ ২৭ ABCD চতুর্ভুজ, AB, BC, CD ও DA বাহুর মধ্যবিন্দু P, Q, R ও S।

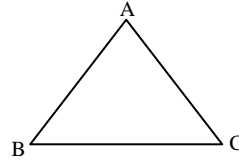


ক. দেখাও যে, $PQ \parallel AC$.

খ. ভেক্টর পদ্ধতির সাহায্যে প্রমাণ কর যে, PQRS একটি সামান্তরিক।

গ. প্রমাণ কর যে, \vec{PR} ও \vec{SQ} পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

প্রশ্ন ▶ ২৮

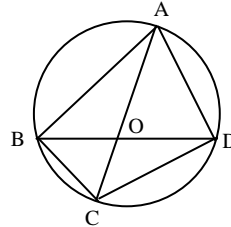


ক. ত্রিভুজের ভূমি, শিরঃকোণ ও অপর বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. এ্যাপোলোনিয়াসের উপপাদ্যটি বিবৃতি ও প্রমাণ কর।

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ ঐ ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও তার অর্ধেক।

প্রশ্ন ▶ ২৯



বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD একটি চতুর্ভুজ।

ক. চিত্রটির সাহায্যে টলেমির উপপাদ্য বর্ণনা করে গাণিতিকভাবে লিখ।

খ. প্রদত্ত চিত্রের সাহায্যে টলেমির উপপাদ্যটি প্রমাণ কর।

গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দুগুলোর সংযোগ একটি সামান্তরিক।



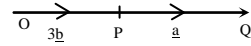
নিজেকে যাচাই করি

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ২৫ মিনিট; মান-২৫

১. কোনো ভেক্টর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে D, E ও F বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}$ ও \underline{c} । F বিন্দুতে DE রেখাংশ $7:3$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত হলে, $\underline{c} =$ কত?

- (ক) $\frac{7b-3a}{4}$ (খ) $\frac{3a-7b}{4}$
(গ) $\frac{7b+3a}{10}$ (ঘ) $\frac{7a-3b}{4}$

২. 

চিত্রে \overrightarrow{OQ} এর মান কত?

- (ক) $3b - a$ (খ) $a - 3b$
(গ) $-a - 3b$ (ঘ) $3b + a$

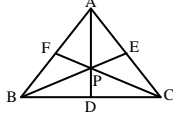
৩. \overrightarrow{BB} কোন ধরনের ভেক্টর?

- (ক) একটি একক ভেক্টর
(খ) একটি বিন্দু ভেক্টর
(গ) একটি বিপ্রতীপ ভেক্টর
(ঘ) একটি অবস্থান ভেক্টর

চিত্রের তথ্য অনুসারে (৪ ও ৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

চিত্রে ABC ত্রিভুজের $AD,$ BE ও CF মধ্যমাত্রয়পরস্পর P বিন্দুতে ছেদকরেছে। A, B, C বিন্দু

তিনটির অবস্থান ভেক্টর

যথাক্রমে $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$.

৪. নিচের কোনটি \overrightarrow{BD} এর সমান?

- (ক) $\frac{1}{2}(\underline{c} - \underline{b})$ (খ) $\frac{1}{2}(\underline{c} + \underline{b})$
(গ) $\frac{1}{2}(\underline{b} - \underline{c})$ (ঘ) $\frac{3}{2}(\underline{b} + \underline{c})$

৫. P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নিচের কোনটি?

- (ক) $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}$ (খ) $\frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b} - \underline{c})$
(গ) $\frac{1}{3}(\underline{a} + \underline{b} + \underline{c})$ (ঘ) $\frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b} + \underline{c})$

৬. $\underline{a} + 4\underline{b} = \underline{0}$ হলে, \underline{a} ও \underline{b} ভেক্টর কীরূপ হতে পারে?

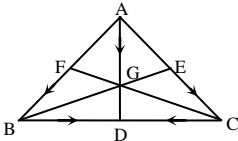
- (ক) লম্ব (খ) সমান্তরাল ও সমমুখী
(গ) সমান
(ঘ) সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী

৭. মূলবিন্দুর সাপেক্ষে P ও Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $9\underline{a} - 4\underline{b}$ এবং $-3\underline{a} - \underline{b}$

হলে, $\overrightarrow{PQ} =$ কত?

- (ক) $6\underline{a} - 5\underline{b}$ (খ) $12\underline{a} - 3\underline{b}$
(গ) $-12\underline{a} + 3\underline{b}$ (ঘ) $6\underline{a} - 5\underline{b}$

৮. G প্রদত্ত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র এবং

i. $AG \div GD = 1 \div 2$ ii. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AD}$

iii. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \underline{0}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯. ভেক্টরকে স্কেলার দিয়ে গুণ করলে গুণফল হয় কী?

- (ক) শূন্য ভেক্টর (খ) নাল ভেক্টর
(গ) ভেক্টর (ঘ) স্কেলার

১০. $|\overrightarrow{AB}| = 1$ একক হলে তাকে কী ভেক্টর বলে?

- (ক) শূন্য (খ) একক
(গ) লম্ব (ঘ) অশূন্য

১১. \underline{u} এর বিপরীত ভেক্টর \underline{v} হবে যদি—

- i. $|\underline{v}| = |\underline{u}|$
ii. \underline{u} ও \underline{v} এর ধারক রেখা অভিন্ন বা সামান্তরাল

iii. \underline{u} এর দিক \underline{v} এর বিপরীত দিক

উপরে তথ্যানুসারে নিচের কোনটি সঠিক?

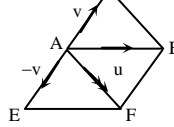
- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১২. দুইটি ভেক্টরের ক্রস গুণফল শূন্য হলে, ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত?

- (ক) 0° (খ) 30°
(গ) 45° (ঘ) 90°

নিচের চিত্র ভাল ভাবে লক্ষ কর এবং (১৩ ও ১৪)

নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১৩. ভেক্টর বিয়োগের ত্রিভুজ বিধি অনুযায়ী $\overrightarrow{AF} =$ কত?

- (ক) $\underline{u} - \underline{v}$ (খ) $\underline{v} - \underline{u}$
(গ) $\underline{u} + \underline{v}$ (ঘ) $2\underline{u} - \underline{v}$

১৪. $AEFB$ চতুর্ভুজ ভেক্টর যোগের কোন বিধি মেনে চলে?

- (ক) ত্রিভুজবিধি (খ) রম্বসবিধি
(গ) সামান্তরিকবিধি (ঘ) বর্গবিধি

১৫. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ এবং $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ হলে, কোনটি সঠিক?

- (ক) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
(খ) $\overrightarrow{AB} = m \cdot \overrightarrow{CD}; m > 1$
(গ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} < 0$

- (ঘ) $\overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{CD} = \underline{0}; m > 1$

১৬. ভেক্টরের ক্ষেত্রে কোন সম্পর্কটি সঠিক?

- (ক) $\overrightarrow{AB} = \underline{0}$ (খ) $|\overrightarrow{AB}| = \underline{0}$
(গ) $|\overrightarrow{BA}| = \underline{0}$ (ঘ) $|\overrightarrow{AA}| = \underline{0}$

১৭. \underline{u} যে কোন ভেক্টর এবং m যে কোন বাস্তব সংখ্যা হলে, $m\underline{u}$ দ্বারা—

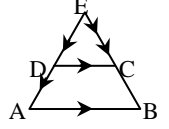
- i. $m = 0$ হলে, $m\underline{u} = \underline{0}$
ii. $m > 0$ হলে, $m\underline{u}$ এর দিক \underline{u} এর দিকের সাথে সমমুখী
iii. $m < 0$ হলে, $m\underline{u}$ এর দিকে \underline{u} এর দিকের সাথে বিপরীতমুখী

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৮. $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DC}$ হলে—

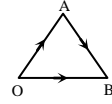
- i. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$
ii. $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC}$
iii. $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{ED}$



নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৯. চিত্রে $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AO} =$ কত?



- (ক) $-\overrightarrow{AO}$ (খ) \overrightarrow{AO}
(গ) $\underline{0}$ (ঘ) $\underline{0}$

২০. \underline{b} অশূন্য ভেক্টর হলে, $\underline{b} + (-\underline{b}) =$ কত?

- (ক) $\underline{0}$ (খ) $\underline{0}$
(গ) $2\underline{b}$ (ঘ) 2

২১. $m > n$ হলে $(n - m)\underline{u}$ ভেক্টরটির দিক ও \underline{u} ভেক্টরের দিকের মধ্যে সম্পর্ক কী?

- (ক) পরস্পর লম্ব (খ) বিপরীত
(গ) একই (ঘ) সামান্তরাল ও একই দিক

২২. $AEFB$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

- (ক) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AF}$
(খ) $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AF}$
(গ) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{EF}$
(ঘ) $-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AF}$

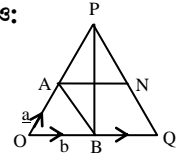
২৩. শূন্য ভেক্টরের ক্ষেত্রে—

- i. পরমমান শূন্য
ii. ধারকরেখা নেই
iii. দিক নির্ণয় করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii
(গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের চিত্রের আলোকে (২৪ ও ২৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



OP এবং PQ এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A এবং N।

 $\overrightarrow{BQ} = 3\overrightarrow{OB}$.

২৪. $\overrightarrow{AB} =$ কত?

- (ক) $\underline{a} - \underline{b}$ (খ) $\underline{a} + \underline{b}$
(গ) $-\underline{a} - \underline{b}$ (ঘ) $\underline{b} - \underline{a}$

২৫. $\overrightarrow{PQ} =$ কত?

- (ক) $4\underline{b} - 2\underline{a}$ (খ) $2\underline{a} + 4\underline{b}$
(গ) $2\underline{a} - 4\underline{b}$ (ঘ) $-2\underline{a} - 4\underline{b}$

সৃজনশীল রচনামূলক প্রশ্ন

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

মান-৫০

[বি. দ্র. যে কোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০]

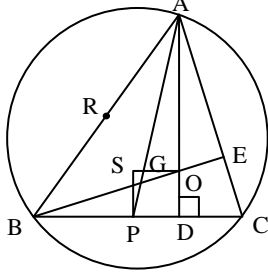
১০ × ৫ = ৫০]

১. ▶ $\triangle ABC$ এর BC , CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D , E ও F ক. ভেক্টরের ত্রিভুজবিধি বর্ণনা কর।

খ. প্রমাণ কর যে, \vec{AD} , \vec{BE} এবং \vec{CF} সাম্যাবস্থায় আছে।

গ. প্রমাণ কর যে, $FE = \frac{1}{2} BC$ এবং $FE \parallel BC$

২. ▶



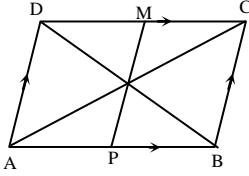
চিত্রে, S , O যথাক্রমে $\triangle ABC$ এর পরিকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু। AP মধ্যমা এবং R , AB এর মধ্যবিন্দু।

ক. নববিন্দু বৃত্ত কাকে বলে?

খ. প্রমাণ কর যে, G বিন্দু $\triangle ABC$ এর ভরকেন্দ্র।

গ. ভেক্টরের সাহায্যে দেখাও যে, P বিন্দু দিয়ে CA এর সমান্তরাল রেখা অবশ্যই R বিন্দুগামী হবে।

৩. ▶

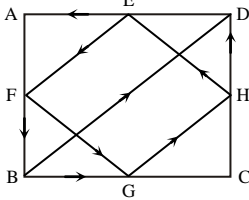


ক. ভেক্টরের সামান্তরিক বিধি চিত্র সহ ব্যাখ্যা কর।

খ. প্রমাণ কর যে, \vec{AC} ও \vec{BD} পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তা একটি সামান্তরিক হবে।

গ. AB এর মধ্যবিন্দু P , DC এর মধ্যবিন্দু M হলে দেখাও যে, $APCM$ একটি সামান্তরিক উৎপন্ন করে।

৪. ▶



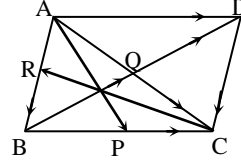
চিত্রে $ABCD$ চতুর্ভুজটির AB , BC , CD এবং DA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F , G , H ও E .

ক. ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র ও পরিকেন্দ্র কাকে বলে?

খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $EFGH$ একটি সামান্তরিক।

গ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, EG এবং FH পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

৫. ▶



$ABCD$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় \vec{AC} ও \vec{BD} এবং $\triangle ABC$ এর BC , CA ও AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P , Q এবং R ।

ক. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি লিখ।

খ. \vec{AC} ভেক্টরকে \vec{AD} ও \vec{BD} ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ. $\vec{AP} + \vec{BQ} + \vec{CR} = \vec{0}$ প্রমাণ কর।

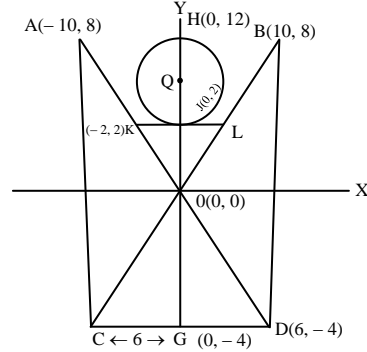
৬. ▶ $ABCD$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. অবস্থান ভেক্টর বলতে কী বুঝ?

খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $AO = OC$ এবং $BO = OD$.

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ট্র্যাপিজিয়ামের অসমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য তাদের যোগফলের অর্ধেক।

৭. ▶



ক. Q কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. J , KL এর মধ্যবিন্দু হলে CD ও KL এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর $2KL = AB - CD$

৮. ▶ $ABCD$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে AC ও BD

ক. C বিন্দুর সাপেক্ষে A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্দেশ কর।

খ. $\vec{AO} = \vec{a}$, $\vec{BO} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ এবং $\vec{OD} = \vec{d}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $|\vec{a}| = |\vec{c}|$ এবং $|\vec{b}| = |\vec{d}|$

গ. প্রমাণ কর যে, $\vec{AC} - 2\vec{BC} + \vec{BD} = \vec{0}$

সৃজনশীল বহুনির্বাচনি

মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

১	ক	২	ঘ	৩	খ	৪	ক	৫	গ	৬	ঘ	৭	গ	৮	খ	৯	গ	১০	খ	১১	ক	১২	ক	১৩	ক
১৪	গ	১৫	ক	১৬	ক	১৭	ঘ	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	খ	২১	খ	২২	ক	২৩	ক	২৪	ঘ	২৫	ক		

সৃজনশীল রচনামূলক

মডেল প্রশ্নপত্রের উত্তর

৫. খ. $\vec{AC} = 2\vec{AD} - \vec{BD}$

৭. ক. $x^2 + y^2 - 14y + 24 = 0$

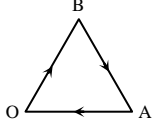
খ. $CD \parallel KL$, $CD = 3KL$

৮. ক. \vec{CA} , \vec{CB}

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সময়: ২৫ মিনিট; মান-২৫

১.

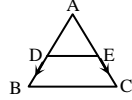


চিত্র $\vec{OB} + \vec{BA} + \vec{AO} =$ কত?

- ক) $-\vec{OA}$ খ) \vec{OA}
 গ) $\vec{AO} + \vec{AO}$ ঘ) $\vec{AO} + \vec{OA}$

২. D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) $\vec{BC} = 2(\vec{AE} - \vec{AD})$
 খ) $\vec{BC} = 2(\vec{AD} - \vec{AE})$
 গ) $\vec{BC} = 2(\vec{AE} + \vec{AD})$
 ঘ) $\vec{BC} = 2(\vec{AB} + \vec{AC})$



৩. মূলবিন্দুর সাপেক্ষে P ও Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $9\vec{a} - 4\vec{b}$ এবং $-3\vec{a} - \vec{b}$ হলে $\vec{PQ} =$ কত?

- ক) $6\vec{a} - 5\vec{b}$ খ) $12\vec{a} - 3\vec{b}$
 গ) $-12\vec{a} + 3\vec{b}$ ঘ) $\frac{9\vec{a} - 4\vec{b}}{-3\vec{a} - \vec{b}}$

৪. AB রেখাংশ C বিন্দুতে m : n অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হলে, C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর কোনটি? [A, B ও C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \vec{a} , \vec{b} ও \vec{c}]

- ক) $\vec{c} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$ খ) $\vec{c} = \frac{n\vec{a} - m\vec{b}}{m+n}$
 গ) $\vec{c} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m-n}$ ঘ) $\vec{c} = \frac{m\vec{a} + n\vec{b}}{m+n}$

৫. শূন্য ভেক্টরের ক্ষেত্রে —

- i. পরমমান শূন্য ii. ধারকরেখা নেই
 iii. দিক নির্ণয় করা যায়
 নিচের কোনটি সঠিক?

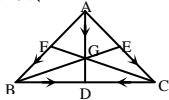
- ক) i ও ii খ) ii ও iii
 গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৬. যদি O মূল বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর \vec{a} এবং B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর \vec{b} হয় এবং C বিন্দুটি AB রেখাংশকে 2:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে। তবে \vec{OC} হবে নিচের কোনটি?

- ক) $\frac{\vec{a} - 2\vec{b}}{3}$ খ) $\frac{2\vec{a} - \vec{b}}{3}$
 গ) $\frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}$ ঘ) $\frac{\vec{a} + 2\vec{b}}{3}$

৭. G প্রদত্ত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র এবং

- i. $AG \div GD = 1 \div 2$
 ii. $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AD}$
 iii. $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0}$



- নিচের কোনটি সঠিক?
 ক) i ও ii খ) ii ও iii
 গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 AB রেখাংশ C বিন্দুতে 3:1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়েছে।
 যে কোন ভেক্টর মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে A, B, C বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে \vec{a} , \vec{b} , \vec{c}

৮. কোনটি সঠিক?

- ক) $\vec{C} = \frac{\vec{a} + 3\vec{b}}{4}$ খ) $\vec{C} = \frac{\vec{a} - 3\vec{b}}{4}$
 গ) $\vec{C} = \frac{3\vec{b} + \vec{a}}{2}$ ঘ) $\vec{C} = \frac{\vec{a} + 3\vec{b}}{2}$

৯. C বিন্দুটি AB রেখাংশের মধ্যবিন্দু হলে, কোনটি সঠিক?

- ক) $\vec{c} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$ খ) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
 গ) $\vec{c} = \frac{\vec{a} - \vec{b}}{2}$ ঘ) $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$

১০. $\vec{a} + 4\vec{b} = \vec{0}$ হলে, \vec{a} ও \vec{b} ভেক্টর কীরূপ হতে পারে?

- ক) লম্ব খ) সমান্তরাল ও সমমুখী
 গ) সমান ঘ) সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী

১১. যে কোন ভেক্টর \vec{u} , \vec{v} ও \vec{w} এর জন্য $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ হলে, এটা ভেক্টর যোগের কোন বিধি?

- ক) বিনিময় বিধি খ) সংযোগ বিধি
 গ) সামান্তরিক বিধি ঘ) ত্রিভুজ বিধি

১২. যদি \vec{u} একটি ভেক্টর এবং $m(m > 0)$ একটি স্কেলার হয়, তবে $m\vec{u}$ নির্দেশ করে

- i. \vec{u} এবং $m\vec{u}$ এর ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল
 ii. \vec{u} এবং $m\vec{u}$ এর দিক একই।
 iii. $m\vec{u}$ এর দৈর্ঘ্য \vec{u} এর দৈর্ঘ্যের m সংখ্যক বার।
 নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) ii ও iii
 গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৩. $|\vec{AB}| = 1$ একক হলে তাকে কী ভেক্টর বলে?

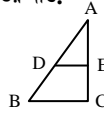
- ক) শূন্য খ) একক
 গ) লম্ব ঘ) অশূন্য

AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।

তথ্যের আলোকে ১৪ ও ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

১৪. \vec{AD} এর মান নিচের কোনটি?

- ক) \vec{AE} খ) $\frac{1}{2}\vec{AB}$
 গ) $\frac{1}{2}\vec{AC}$ ঘ) \vec{BC}



১৫. \vec{BC} এর মান নিচের কোনটি?

- ক) $\vec{AC} - \vec{AB}$ খ) $\vec{AC} + \vec{AB}$
 গ) $\vec{AD} + \vec{DE}$ ঘ) $\vec{AE} + \vec{EC}$

১৬. দুইটি ভেক্টরের মান সমান এবং ধারক রেখা একই বা সমান্তরাল ও একই দিক হলে, ভেক্টর দুইটি পরস্পর কী হবে?

- ক) সমান্তরাল খ) সমান
 গ) সদৃশ ঘ) একক

১৭. $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{0}$ যেখানে m, n স্কেলার রাশি। \vec{a} এবং \vec{b} ভেক্টর কীরূপ?

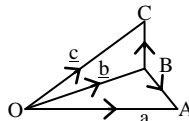
- ক) লম্ব খ) সমান
 গ) সমান্তরাল, একমুখী ঘ) সমান্তরাল, বিপরীতমুখী

১৮. i. $-(-\vec{a}) = \vec{a}$

- ii. $-m(\vec{a}) = m(-\vec{a})$
 iii. $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ একটি একক ভেক্টর

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii
 গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii



উপরের চিত্র অনুযায়ী ১৯ ও ২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১৯. $\vec{AB} =$ কত?

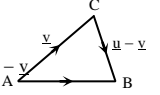
- ক) $\vec{b} - \vec{a}$ খ) $\vec{a} + \vec{b}$
 গ) $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$ ঘ) $\frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$

২০. যদি P বিন্দুটি AB এর মধ্যবিন্দু হয়, তবে $\vec{p} =$ কত?

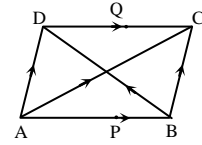
- ক) $\vec{p} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$ খ) $\vec{p} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$
 গ) $\vec{p} = -\frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$ ঘ) $\vec{p} = -\frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$

২১. $\vec{AB} =$ কত?

- ক) $\vec{u} + \vec{v}$ খ) \vec{v}
 গ) \vec{u} ঘ) $\vec{u} - \vec{v}$



২২. ABCD সামান্তরিকের AB ও CD বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে—

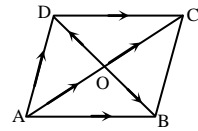


- i. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$
 ii. $\vec{AP} + \vec{AQ} = \frac{1}{2}\vec{AC}$

- iii. $\vec{BD} = \vec{AD} - \vec{AB}$
 নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i খ) i ও iii
 গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



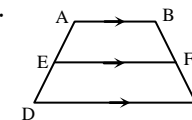
২৩. \vec{AB} কে \vec{AD} ও \vec{BD} এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কী হয়?

- ক) $\vec{AD} + \vec{BD}$ খ) $\vec{AD} - \vec{BD}$
 গ) $\frac{1}{2}\vec{AD} + \vec{BD}$ ঘ) $\vec{AD} - \frac{1}{2}\vec{BD}$

২৪. $\vec{AC} - \vec{BD} =$ কত?

- ক) $2\vec{AB}$ খ) $2\vec{BC}$
 গ) $2\vec{CD}$ ঘ) $2\vec{AD}$

২৫.



ABCD ট্রাপিজিয়ামের \vec{AD} ও \vec{BC} এর মধ্যবিন্দু

যথাক্রমে E ও F হলে $\vec{EF} =$ কত?

- ক) $\frac{1}{2}(\vec{AB} - \vec{DC})$ খ) $\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{DC})$
 গ) $\frac{1}{2}(\vec{BA} - \vec{DC})$ ঘ) $\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$

সৃজনশীল প্রশ্ন

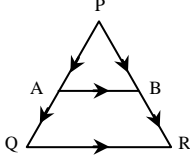
সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট

মান-৫০

[বি. দ্র. যে কোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে। প্রতি প্রশ্নের মান ১০

১০ × ৫ = ৫০]

১. ▶



ΔPQR-এ PQ ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A ও B।

ক. $(\vec{PA} + \vec{AB})$ কে \vec{PR} এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $AB \parallel QR$ এবং $AB = \frac{1}{2} QR$ । ৪

গ. P ও Q এর অবস্থান ভেক্টর \vec{p} ও \vec{q} এবং PQ রেখাংশ S বিন্দুতে $m : n$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত হলে এবং S এর অবস্থান ভেক্টর \vec{s}

হলে দেখাও যে, $\vec{s} = \frac{np - mq}{n - m}$ ৪

২. ▶ ABCD একটি সামান্তরিক যার কর্ণদ্বয় AC ও BD।

ক. \vec{AC} , \vec{BD} ভেক্টরদ্বয়কে \vec{AB} ও \vec{AD} ভেক্টরদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

গ. AB ও CD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে প্রমাণ কর যে, APCQ একটি সামান্তরিক। ৪

৩. ▶ \vec{p} এবং \vec{q} দুইটি অশূন্য ভেক্টর যেখানে m এবং n স্কেলার গুণিতক।

ক. সংজ্ঞা দাও (i) অবস্থান ভেক্টর এবং (ii) শূন্য ভেক্টর। ২

খ. দেখাও যে, $\vec{p} = m\vec{q}$ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি \vec{p} , \vec{q} এর সমান্তরাল হয়। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $m\vec{p} + n\vec{q} = 0$ এবং $m = n = 0$ হলেই কেবলমাত্র \vec{p} ও \vec{q} ভেক্টরদ্বয় অসমান্তরাল হয়। ৪

৪. ▶ ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণের ছেদবিন্দু O। P ও Q

বিন্দুদ্বয় BD ও AC কর্ণদ্বয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

ক. O-এর সাপেক্ষে A, B, C ও D বিন্দু চারটির অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর। ২

খ. ABCD ট্রাপিজিয়াম হলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $PQ \parallel AB \parallel DC$ এবং $PQ = \frac{1}{2}(DC - AB)$ ৪

গ. O যদি P ও Q বিন্দুর সাথে মিলে যায় অর্থাৎ O যদি কর্ণদ্বয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করে তাহলে ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, ABCD একটি সামান্তরিক। ৪

৫. ▶ ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে AC ও BD.

ক. C বিন্দুর সাপেক্ষে A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর নির্দেশ কর। ২

খ. $\vec{AO} = \vec{a}$, $\vec{BO} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ এবং $\vec{OD} = \vec{d}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $|\vec{a}| = |\vec{c}|$ এবং $|\vec{b}| = |\vec{d}|$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\vec{AC} - 2\vec{BC} + \vec{BD} = 0$ । ৪

৬. ▶ দেওয়া আছে, $\vec{OP} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{OQ} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ ও

$\vec{OR} = \vec{h}\vec{a} + 5\vec{b}$ এবং P, Q, R বিন্দু তিনটি সমরেখ।

ক. তথ্যের আলোকে দিক নির্দেশক চিত্র আঁক। ২

খ. \vec{PQ} এবং \vec{PR} এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. h এর মান নির্ণয় কর। ৪

৭. ▶ একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A(2, 1), B(-1, 1) ও C(2, 5)

ক. ত্রিভুজটির বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটির BC, CA, AB বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F হলে \vec{BC} , \vec{AD} , \vec{BE} , \vec{CF} ভেক্টরগুলোকে \vec{AB} ও \vec{AC} এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ৪

গ. ত্রিভুজের AB ও AC বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দু D ও E হলে ভেক্টরের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, $2 DE = BC$ । ৪

৮. ▶ ত্রিভুজ OAB এর O কে ভেক্টর মূলবিন্দু ধরে A, B এর অবস্থান

ভেক্টর যথাক্রমে \vec{a} , \vec{b} । P ও R, AB কে এবং Q ও S, OB কে 4 : 1

অনুপাতে যথাক্রমে অন্তর্বিভক্ত ও বহির্বিভক্ত করে।

ক. তথ্যানুযায়ী দিক নির্দেশক চিত্রটি অঙ্কন কর এবং বর্ণনা দাও। ২

খ. P, Q, R, S এর অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $OA \parallel QP \parallel RS$ । ৪

নিজেকে যাচাই করি: বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১	ঘ	২	ক	৩	গ	৪	ক	৫	ক	৬	ঘ	৭	খ	৮	ক	৯	ক	১০	ঘ	১১	খ	১২	ঘ	১৩	খ
১৪	খ	১৫	ক	১৬	খ	১৭	ঘ	১৮	ঘ	১৯	ক	২০	খ	২১	গ	২২	খ	২৩	খ	২৪	ক	২৫	খ		

নিজেকে যাচাই করি: সৃজনশীল প্রশ্ন

১. ক. $\frac{1}{2}\vec{PR}$ ২. ক. $\vec{AB} + \vec{AD}$, $\vec{AD} - \vec{AB}$ ৪. ক. \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ও \vec{d} ৫. ক. \vec{CA} , \vec{CB} ৬. খ. $\vec{a} - 3\vec{b}$, $(h - 2)\vec{a} + 4\vec{b}$ গ. $h = \frac{2}{3}$ ৭. ক. $AB = 3$; $BC = 5$; $AC = 4$;খ. $\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB}$, $\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$, $\vec{BE} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$, $\vec{CF} = -\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB}$.৮. খ. $\vec{OP} = \frac{1}{5}(4\vec{b} + \vec{a})$; $\vec{OQ} = \frac{4}{5}\vec{b}$; $\vec{OR} = \frac{1}{3}(4\vec{b} - \vec{a})$; $\vec{OS} = \frac{4}{3}\vec{b}$