

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ



পরীক্ষায় কমন পেতে অনন্য প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▶ ১ BTRC বজাবন্ধু-১ নামে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণের প্রস্তুতি নিচ্ছে। ঢাকার ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ । ঢাকায় $g = 9.78 \text{ ms}^{-2}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ । ($G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$)

◀ শিখনফল-১১ / দি. বো. ২০১৬/

- ক. কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও। ১
- খ. ঘর্ষণ বল ও সান্দ্র বল এক নয়— ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. বজাবন্ধু-১ উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. উদ্দীপকের বজাবন্ধু-১ উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখতে কেন্দ্রের দিকে যে বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে কেন্দ্রমুখী বল বা অভিকেন্দ্র বল বলে।

খ ঘর্ষণের সাথে সান্দ্রতার অনেক সাদৃশ্য থাকা সত্ত্বেও ঘর্ষণ বল ও সান্দ্রতা বল এক নয়, কারণ- ঘর্ষণ বলের মান স্পর্শ তলের ক্ষেত্রফল ও তাদের আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভর করে না। কিন্তু সান্দ্রতা বলের মান প্রবাহীর স্তরদ্বয়ের ক্ষেত্রফল ও তাদের আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভর করে। এ ছাড়াও স্থির প্রবাহীর ক্ষেত্রে সান্দ্রতা বল পরিলক্ষিত হয় না কিন্তু স্থির বস্তুর বেলায় স্থিতি ঘর্ষণ বল ক্রিয়াশীল থাকতে পারে।

গ এখানে,

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{উপগ্রহের উচ্চতা, } h = 3.6 \times 10^4 \text{ km} = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{উপগ্রহটির বেগ, } v = ?$$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } v &= \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ &= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7}} \\ &= 3.08 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ &= 3.08 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{উপগ্রহের উচ্চতা, } h &= 3.6 \times 10^4 \text{ km} \\ &= 3.6 \times 10^7 \text{ m} \end{aligned}$$

‘গ’ অংশ হতে পাই,

$$\text{উপগ্রহটির বেগ, } v = 3.08 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

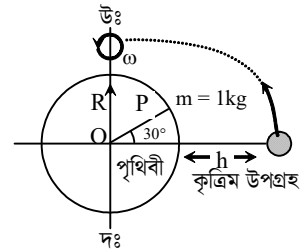
$$\text{উপগ্রহটির আবর্তনকাল, } T = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \times 3.14(6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7)}{3.08 \times 10^3} \\ &= 86,496 \text{ s} \\ &= 24.02 \text{ h} = 24 \text{ h (প্রায়)} \end{aligned}$$

আমরা জানি, যেসব কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল পৃথিবীর আক্ষিক গতির আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ ২৪ ঘণ্টা, তাদের ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে। উদ্দীপকের বজাবন্ধু-১ উপগ্রহটির আবর্তনকাল ২৪ ঘণ্টা হওয়ায় তা ভূ-স্থির উপগ্রহ।

প্রশ্ন ▶ ২



পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ । ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা $h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$ । পৃথিবী নিজ অক্ষের চারপাশে ২৪ ঘণ্টায় একটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে।

◀ শিখনফল-৮ ও ১১ / ক্র. বো. ২০১৬/

- ক. কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর। ১
- খ. আম ভূপৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, তবে কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. পৃথিবীর ঘূর্ণন বিবেচনা করে P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ওপর কার্যকর অভিকর্ষ বলের মান বের কর। ৩
- ঘ. ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে কিনা— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ পৃথিবীর চতুর্দিকে অনুভূমিক বরাবর আমের কোনো বৃত্তাকার গতি নেই তাই এতে কেন্দ্রবিমুখী বল সৃষ্টি হয় না তাই পৃথিবীর মহাকর্ষ বলের প্রভাবে এটি আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে। কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহের বৃত্তাকার গতির কারণে সৃষ্ট কেন্দ্রবিমুখী বল পৃথিবীর মহাকর্ষ বলের সমান হওয়ায় তা আছড়ে পড়ে না।

গ দেয়া আছে,

$$\begin{aligned} \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ \text{আবর্তনকাল, } T &= 24 \text{ ঘণ্টা} \\ &= 24 \times 3600 \text{ sec} = 86400 \text{ sec} \end{aligned}$$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$\text{অক্ষাংশ, } \lambda = 30^\circ$$

p বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ভর, $m = 1 \text{ kg}$

p বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g_\lambda$

p বিন্দুতে বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষজ বল $= F_\lambda$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } g_\lambda &= g - \omega^2 R \cos^2 \lambda \\ &= g - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times R \cos^2 \lambda \\ &= 9.8 - \left(\frac{2\pi}{86400}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \cos^2 30^\circ \\ &= 9.77 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \end{aligned}$$

আবার, $F_\lambda = mg_\lambda = 1 \times 9.77 = 9.77 \text{ N (Ans.)}$

ঘ এখানে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, } h &= 3.2 \times 10^6 \text{ m} \\ \text{পৃথিবীর একটি পূর্ণ ঘূর্ণনের আবর্তনকাল, } T' &= 24 \text{ ঘণ্টা।} \\ \text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G &= 6.7 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \end{aligned}$$

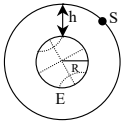
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

ধরি, কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল $= T$

$$\begin{aligned} \therefore T &= 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 3.2 \times 10^6)^3}{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} \\ &= 9321.24 \text{ sec} = 2.58 \text{ hr} \end{aligned}$$

যেহেতু কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল (T), পৃথিবীর আক্ষিক গতির আবর্তনকালের (T'=24hr) সমান নয়। তাই ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে না।

প্রশ্ন ৩



$$\begin{aligned} E &= \text{পৃথিবী} \\ S &= \text{ভূ-স্থির উপগ্রহ} \\ R &= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ M &= 6 \times 10^{24} \text{ kg} \\ G &= 6.7 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \end{aligned}$$

বাংলাদেশ 3,500 kg ভরের একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করবে।

◀ শিখনফল-১১/চ. বো. ২০১৬/

ক. মুক্তিবেরগের সংজ্ঞা দাও।

১

খ. ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা কর।

পাঞ্জেরী সৃজনশীল পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র ■ একাদশ-দ্বাদশ শ্রেণি

গ. ভূ-স্থির উপগ্রহটি কত উচ্চতায় (h) উৎক্ষেপণ করতে হবে? ৩

ঘ. h এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ কত বৃদ্ধি করতে হবে? গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বনিম্ন যে বেগে কোনো বস্তুকে ভূপৃষ্ঠ থেকে দিকে নিষ্ক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

খ কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির ওপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয় না, সেই বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিরুদ্ধে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণ চক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বলের দ্বারা কৃত কাজ ঋণাত্মক, ফলে একটি পূর্ণ চক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কখনো শূন্য হতে পারে না। তাই ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

গ এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
ভূস্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ hr} = 86400 \text{ s}$
উচ্চতা, $h = ?$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} h &= \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R \\ &= \left\{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (86400)^2}{4 \times (3.1416)^2}\right\}^{\frac{1}{3}} - (6.4 \times 10^6) \\ &= 3.6 \times 10^7 \text{ m (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

(গ) অংশ হতে পাই, উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

ভূ-স্থির উপগ্রহের বেগ, $v = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } v &= \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7}} \\ &= 3079 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

যদি h এর মান দ্বিগুণ হলে,

$$h' = 2 \times 3.6 \times 10^7 \text{ m} = 7.2 \times 10^7 \text{ m}$$

উচ্চতা দ্বিগুণ হলে প্রয়োজনীয় বেগ, $v' = ?$

$$\begin{aligned} v' &= \sqrt{\frac{GM}{R+h'}} = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 7.2 \times 10^7}} \\ &= 2246 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বেগের পরিবর্তন, } \Delta v &= v' - v = 2246 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} - 3079 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ &= -815 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

h এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ 815 m·s⁻¹ পরিমাণ কমাতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ৪ একটি সেকেন্ড দোলককে 'ক' অঞ্চল হতে 'খ' অঞ্চলে নেয়া হল।

$$g_k = 9.78 \text{ ms}^{-2}$$

$$g_x = 9.83 \text{ ms}^{-2}$$

◀ শিখনফল-৮ / সি. বো. ২০১৬/

- ক. অগ্রগামী তরঙ্গ কাকে বলে? ১
- খ. সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়, ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. 'ক' অঞ্চলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. 'খ' অঞ্চলে দোলকটির দোলনকালের পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো তরঙ্গ বিস্তৃত মাধ্যমের মধ্য দিয়ে ক্রমাগত অগ্রসর হয় তখন তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।

খ কোনো স্বরে বিভিন্ন কম্পাংকের সুর থাকে। এদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে বলে সম্মেল বা হারমোনিক। সুতরাং বলা যায়, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক না।

গ দেওয়া আছে,

$$\text{সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, } T = 2 \text{ s}$$

$$\text{ক অঞ্চলের অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_k = 9.78 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_k}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g_k}$$

$$\text{বা, } L = \frac{g_k T^2}{4\pi^2}$$

$$\therefore L = 0.9909 \text{ m (Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে,

$$\text{খ অঞ্চলের অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_x = 9.83 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি, দোলনকাল অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যাস্তানুপাতিক, অর্থাৎ

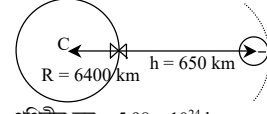
$$\frac{T_x}{T_k} = \sqrt{\frac{g_k}{g_x}} = \sqrt{\frac{9.78}{9.83}} = 0.9974$$

$$\therefore T_x = 0.9974 \times 2 \text{ s} = 1.995 \text{ s}$$

$$\therefore T_x < T_k$$

\therefore দোলকটিকে ক অঞ্চল থেকে খ অঞ্চলে নেয়া হলে দোলনকাল কমে যাবে।

প্রশ্ন ▶ ৫



$$\text{পৃথিবীর ভর} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{মহাকর্ষ ধ্রুবক} = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$$

◀ শিখনফল-১১ / বি. বো. ২০১৬/

- ক. পীড়ন কাকে বলে? ১
- খ. বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ করে কেন? ২
- গ. উদ্দীপকে কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ কত? ৩
- ঘ. যদি উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 700 km উপরে হতো তবে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটতো কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর বিকার হলে একক ক্ষেত্রে উৎপন্ন প্রত্যাবর্তী বলকে পীড়ন বলে।

খ বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ করে পানির পৃষ্ঠটানের জন্যে। পৃষ্ঠটানের জন্য বৃষ্টির ফোঁটাটি এমন একটি আকারে থাকতে চায় যেখানে তার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বাপেক্ষা কম হয়। পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন করার জন্যই বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার আকার ধারণ করে।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6400 \text{ km}$$

$$= 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\text{কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, } h = 650 \text{ km}$$

$$= 650 \times 10^3 \text{ m}$$

আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{6400 \times 10^3 + 650 \times 10^3}}$$

$$= 7521.75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

\therefore উদ্দীপকে কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ হবে $7521.75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (Ans.)

ঘ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6400 \text{ km} = 6400 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\text{কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, } h = 650 \text{ km} = 650 \times 10^3 \text{ m}$$

আমরা জানি কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তন কাল,

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2(h+R)^3}{GM}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times (3.1416)^2 \times (650 \times 10^3 + 6400 \times 10^3)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}}$$

$$= 5889.13 \text{ sec}$$

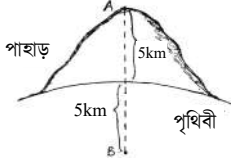
এখন, উচ্চতা $h' = 700 \text{ km}$ বা $700 \times 10^3 \text{ m}$ হলে, এর আবর্তন কাল,

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 (700 \times 10^3 + 6400 \times 10^3)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}}$$

$$= 5951.90 \text{ sec} > T$$

দেখা যাচ্ছে যে, উপগ্রহটি যদি 700 km উপরে হতো তবে তার নতুন আবর্তনকাল T' পূর্বের আবর্তনকাল T হতে $(5951.90 - 5889.13) \text{ sec}$ বা, 62.77 sec বেশি হতো।

প্রশ্ন ৬



পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

◀ শিখনফল-৮/ঢা. বো. ২০১৬/

- ক. ব্যাসার্ধ ভেক্টর কাকে বলে? ১
- খ. রাস্তায় ব্যাংকিং এর প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. উদ্দীপকে A ও B স্থানের মধ্যে কোথায় একটি সরল দোলক অধিক দীর্ঘে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অন্য কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টর দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর বা ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।

খ বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তু ঘুরতে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন। বাঁকা রাস্তায় গাড়ির গতিও বৃত্তাকার। তাই বাঁকা রাস্তায় গাড়ি ঘোরানোর সময় কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এ কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টি করার জন্য বাঁকা রাস্তার ভিতরের দিক অপেক্ষা বাইরের দিক কিছুটা উচু করে তৈরি করা হয়। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে। বাঁকা রাস্তায় ব্যাংকিং থাকে বলে গাড়ি মোড় ঘোরার সময় কেন্দ্রের দিকে কিছুটা হলে পড়ে যাতে গাড়ির ওজনের একটি উপাংশ প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সরবরাহ করতে পারে।

গ এখানে, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

পাহাড়ের উচ্চতা, $h_A = 5 \text{ km} = 5 \times 10^3 \text{ m}$

পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = ?$

আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতায় কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_A = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 g$$

$$= \left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 5 \times 10^3 \text{ m}} \right)^2 \times 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$= 9.785 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \text{ (Ans.)}$$

ঘ ভূপৃষ্ঠ হতে $h_B = 5 \text{ km} = 5 \times 10^3 \text{ m}$ গভীরে B বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_B = \left(1 - \frac{h_B}{R} \right) g$$

$$= \left(1 - \frac{5 \times 10^3 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \right) \times 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 9.79 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

'গ' অংশ থেকে পাই, A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = 9.785 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

A ও B স্থানে একটি সরল দোলকের দোলন কাল যথাক্রমে T_A ও T_B হলে সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{g_B}{g_A}} = \sqrt{\frac{9.79 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{9.785 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 1.000255$$

সুতরাং $T_A > T_B$

যেখানে দোলক ঘড়ির দোলকের দোলনকাল বড় সেখানে ঘড়ি ধীরে চলে। সুতরাং B অবস্থানের তুলনায় A অবস্থানে ঘড়ি ধীরে চলবে।

প্রশ্ন ৭ 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে $3.6 \times 10^9 \text{ Joule}$ গতি শক্তি সঞ্চারিত করা হল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ ।

◀ শিখনফল: ১০ ও ১১/ঢা. বো. ২০১৫/

- ক. কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে? ১
- খ. বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে? ৩
- ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়। ৪

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তু কণাকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখতে কেন্দ্রের দিকে যে বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে কেন্দ্রমুখী বল বা অভিকেন্দ্র বল বলে।

খ বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে ব্যক্তির সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ হবে, বাতাসের বেগ ও ব্যক্তির বেগের বিয়োগফলের সমান। যা বাতাসের প্রকৃত বেগ অপেক্ষা কম হয়। তাই তখন বাতাসের বেগ কমে গেছে বলে মনে হয়।

গ দেওয়া আছে, কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি, $E_K = 3.6 \times 10^9 \text{ J}$

কৃত্রিম উপগ্রহের ভর, $m = 120 \text{ kg}$

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ v হলে, $E_K = \frac{1}{2} mv^2$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2E_K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.6 \times 10^9 \text{ J}}{120 \text{ kg}}} = 7746 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা h হলে, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$$\text{বা, } R+h = \frac{GM}{v^2}$$

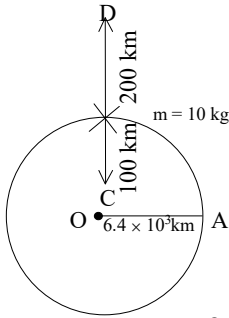
$$\begin{aligned} \therefore h &= \frac{GM}{v^2} - R \\ &= \frac{6.6 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(7746 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2} - 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ &\approx 2 \times 10^5 \text{ m} = 200 \text{ km (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ কৃত্রিম উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে তথা মহাশূন্যে প্রেরণের জন্য প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন শক্তি,

$$\begin{aligned} W &= \int_{R+h}^{\infty} F dr = \int_{R+h}^{\infty} \frac{GMm}{r^2} dr = GMm \int_{R+h}^{\infty} r^{-2} dr \\ &= -GMm \left[\frac{1}{r} \right]_{R+h}^{\infty} = -GMm \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R+h} \right] \\ &= \frac{GMm}{R+h} = \frac{6.6 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 120}{6.4 \times 10^6 + 2 \times 10^5} \\ &= 7.2 \times 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি $3.6 \times 10^9 \text{ J}$, যা প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন শক্তি অপেক্ষা কম। সুতরাং বলা যায়, সঞ্চারিত গতিশক্তি কৃত্রিম উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।

প্রশ্ন ▶ ৮



◀ শিখনফল: ৮ [দি. বো. ২০১৫]

- তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলতে কী বুঝ? ১
- ভেক্টরের মান কখন ঋণাত্মক হয় এবং কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- চিত্রটি লক্ষ্য কর, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কত? ৩
- চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10 \text{ kg}$ ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ ব্যাখ্যা কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে বেগের পরিবর্তনের হারকে ঐ বিশেষ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

খ ভেক্টরের মান কখনোই ঋণাত্মক হয় না। কারণ ভেক্টরের মান বলতে আমরা পরম মানকে বুঝি আর পরম মান কখনোই ঋণাত্মক নয়। একটি ভেক্টর অপর একটি প্রসঙ্গ ভেক্টরের বিপরীত দিকে কাজ করলে তা ঋণাত্মক হয়।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
ভূপৃষ্ঠ হতে D বিন্দুর উচ্চতা, $h = 200 \text{ km} = 2 \times 10^5 \text{ m}$
জানা আছে, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
বের করতে হবে, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান, $g' = ?$

আমরা জানি, $g' = g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$

$$\begin{aligned} &= 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \times \left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^5 \text{ m}} \right)^2 \\ &= 9.215 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ এখানে, বস্তুর ভর, $m = 10 \text{ kg}$

ভূপৃষ্ঠে, m ভরের বস্তুর ওজন বা আকর্ষণ বল, $W = mg = 10 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 98 \text{ N}$

C অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

$$\begin{aligned} g'' &= g \left(1 - \frac{d}{R} \right) = 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \times \left(1 - \frac{100 \times 10^3 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \right) \\ &= 9.647 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{C অবস্থানে বস্তুর ওজন বা আকর্ষণ বল, } W'' &= mg'' \\ &= 10 \text{ kg} \times 9.647 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ &= 96.47 \text{ N} \end{aligned}$$

যেহেতু $96.47 \text{ N} \neq 98 \text{ N}$

অর্থাৎ $W'' < W$

সুতরাং উদ্দীপকের চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10 \text{ kg}$ ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল হ্রাস পাবে।

প্রশ্ন ▶ ৯ পৃথুলা ও মিথিলা দুই বোন মহাজগৎ নিয়ে গল্প করছিল। পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া নিয়েও তারা আলোচনা করছিল।

◀ শিখনফল: ২ ও ৮ [ক্. বো. ২০১৫]

- শব্দের তীব্রতা লেভেল কাকে বলে? ১
- ঘূর্ণনের কোনো গ্রহ সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাড়বে কেন? — ব্যাখ্যা কর। ২
- সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা বের কর। ৩
- পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কিরূপ পরিবর্তন হবে? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন শব্দের তীব্রতা এবং প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। তীব্রতা লেভেল, $\beta = \log_{10} \frac{I}{I_0}$ ।

খ ঘূর্ণন কালে কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার জন্য সূর্য থেকে বিভিন্ন দূরত্বে গ্রহের বেগ বিভিন্ন হয়। গ্রহের কৌণিক ভরবেগ এর ভর বেগ ও সূর্য থেকে গ্রহের দূরত্বের গুণফল mvr । তাই কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত রাখার জন্য গ্রহ থেকে সূর্যের দূরত্ব যত কমে, এর বেগ একই হারে বাড়ে। এই কারণেই গ্রহ তার ঘূর্ণন তলে সর্বদা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

গ দেওয়া আছে,

সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_1 = 365 \text{ day}$

সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব R_1 হলে, পরিবর্তিত দূরত্ব, $R_2 = \frac{R_1}{2}$

বের করতে হবে, পরিবর্তিত আবর্তনকাল, $T_2 = ?$

কেপলারের ৩য় সূত্রানুসারে আমরা জানি,

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3}$$

$$\therefore T_2 = T_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{3}{2}} = 365 \text{ day} \times \left(\frac{R_1/2}{R_1}\right)^{1.5} = 129.05 \text{ day (Ans.)}$$

ঘ আমরা জানি, পৃথিবীর আক্ষিক গতি বিবেচনায় λ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_\lambda = G \frac{M}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$

নিরক্ষরেখায়, $\lambda = 0^\circ$,

$$\therefore g_0 = G \frac{M}{R^2} - \omega^2 R$$

পৃথিবীর ঘূর্ণন থেমে গেলে $\omega = 0$, নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি

$$\Delta g = g - g_0 = \omega^2 R = \left(\frac{2 \times 3.1416}{86400 \text{ sec}}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 0.0338$$

নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_0 = 9.78 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

\therefore পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো

$$\text{বস্তুর ওজন বৃদ্ধির হার} = \frac{m \times 0.0338 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{mg} \times 100\%$$

$$= \frac{0.0338 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{9.78 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} \times 100\%$$

$$= 0.346\% \text{ (বৃদ্ধি পাবে)}$$

সুতরাং পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজন 0.346% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ১০ ভূ-পৃষ্ঠ হতে দুটি সেকেন্ড দোলকের একটিকে $2 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অবস্থিত কোনো ভূ-স্থির উপগ্রহে নেয়া হলো। অপরটিকে $3 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরে একটি খনিতে নেয়া হলো।

◀ শিখনফল: ১১ [চ. বো. ২০১৫]

- প্রমাণ তীব্রতা কাকে বলে? ১
- \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos 45^\circ$ ২
- কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- কোন ক্ষেত্রে দোলক অধিক ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের জন্য যে আদর্শ তীব্রতার সাথে তুলনা করে বিভিন্ন তীব্রতার শব্দের শব্দোচ্চতার মাত্রা নির্ণয় করা হয়, তাকে ঐ কম্পাঙ্কের শব্দের জন্য প্রমাণ তীব্রতা বলা হয়।

খ দেওয়া আছে, \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 45^\circ$

$$\text{বামপক্ষ} = \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = AB \cos 45^\circ = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = |\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta = AB \sin 45^\circ = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$$

গ দেওয়া আছে, ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 2 \times 10^6 \text{ m}$

জানা আছে, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

\therefore কৃত্রিম উপগ্রহের অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_h = g \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

$$= 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^6 \text{ m}}\right)^2 = 5.69 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

(Ans.)

ঘ ভূপৃষ্ঠ হতে $d = 3 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_d = g \left(1 - \frac{d}{R}\right) = 9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \times \left(1 - \frac{3 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}}\right) = 5.206 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

‘গ’ অংশ হতে $g_h = 5.96 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

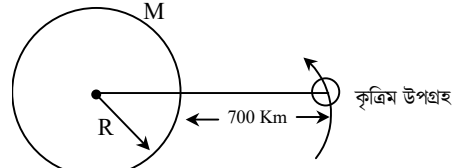
কৃত্রিম উপগ্রহের অবস্থানে এবং খনির অভ্যন্তরে সরল দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে T_h এবং T_d হলে, সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রানুসারে,

$$\frac{T_h}{T_d} = \sqrt{\frac{g_d}{g_h}} = \sqrt{\frac{5.206 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{5.96 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 0.9565$$

$$\therefore T_h < T_d$$

সুতরাং খনির অভ্যন্তরে দোলকটি অধিক ধীরে চলবে।

প্রশ্ন ১১ উদ্দীপকে বস্তুটির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে ($M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$)



◀ শিখনফল: ১০ ও ১১ [সি. বো. ২০১৫]

- ভেক্টর বিভাজন কি? ১
- সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কি? ব্যাখ্যা কর। ২
- কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি ভেক্টরকে যদি দুই বা ততোধিক ভেক্টরে এমনভাবে বিভক্ত করা হয়, যাদের লব্ধি হবে মূল ভেক্টর, তবে এ বিভক্তকরণ প্রক্রিয়াকে ভেক্টরের বিভাজন বলে।

খ আমরা জানি, ভেক্টরের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনে ভেক্টর পরিবর্তিত হয়। বেগ হচ্ছে ভেক্টর রাশি। সুতরাং মান পরিবর্তন না হলেও দিকের পরিবর্তনে বেগ পরিবর্তিত হবে। সমদ্রুতিতে বক্রপথে চলার সময় বেগের মান পরিবর্তিত না হলেও দিকের পরিবর্তন হয়। আর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। সুতরাং আমরা বলতে পারি, সরল পথে সমদ্রুতিতে চলমান কোনো বস্তুর ত্বরণ না থাকলেও বক্রপথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে।

গ কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, কক্ষপথে এর ওপর প্রযুক্ত অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান।

দেওয়া আছে,

$$\text{গ্রহের ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{গ্রহের ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

গ্রহের পৃষ্ঠ হতে কক্ষপথের উচ্চতা, $h = 700 \text{ km} = 700 \times 10^3 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{কক্ষপথের অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g &= \frac{GM}{(R+h)^2} \\ &= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m})^2} \\ &= 7.942 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ কক্ষপথে পরিভ্রমণকালে কৃত্রিম উপগ্রহটির

$$\begin{aligned} \text{গতিবেগ, } v &= \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ &= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m}}} \\ &= 7509 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{aligned}$$

কৃত্রিম উপগ্রহটিকে মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন শক্তি

$$\begin{aligned} W &= \int_{R+h}^{\infty} F dr = \int_{R+h}^{\infty} \frac{GMm}{r^2} dr = GMm \int_{R+h}^{\infty} r^{-2} dr \\ &= -GMm \left[\frac{1}{r} \right]_{R+h}^{\infty} = -GMm \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R+h} \right] \\ &= \frac{GMm}{R+h} \end{aligned}$$

এ পরিমাণ কাজ করতে প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন বেগ v_e হলে

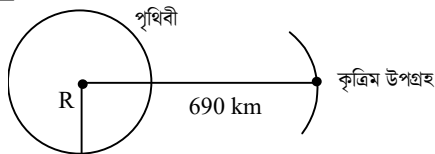
$$\begin{aligned} \frac{1}{2} mv_e^2 &= \frac{GMm}{R+h} \\ v_e &= \sqrt{\frac{2GM}{R+h}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = 1.41 \times 7509 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ &= 10587.7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} > v \end{aligned}$$

কক্ষপথ হতে কৃত্রিম উপগ্রহ মুক্ত হলে সর্বনিম্ন 10587.7 ms^{-1}

বেগ প্রয়োজন কিন্তু কক্ষপথের প্রকৃত বেগ $7509 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ।

সুতরাং বলা যায়, উপগ্রহটি শূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

প্রশ্ন ১২



পৃথিবীর ভর = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ◀ পিখনফল: ৪ [য. বো. ২০১৫]

- ক. কাজ শক্তি উপপাদ্য বিবৃত কর। ১
- খ. কোনো বস্তুর গতিশক্তি কি ঋণাত্মক হতে পারে? ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগ কত? ৩
- ঘ. উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে ৪০০ km সরালে সেটির পরিভ্রমণকালের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি — ব্যাখ্যা কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কাজ শক্তি উপপাদ্য: কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ কোনো বস্তুর গতিশক্তি = $\frac{1}{2} mv^2$; বস্তুর ভর m কখনোই ঋণাত্মক হয় না এবং v ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন v^2 সর্বদাই ধনাত্মক হয়। তাই কোনো বস্তুর গতিশক্তি ঋণাত্মক হতে পারে না।

গ দেওয়া আছে,

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 690 \text{ km} = 6.90 \times 10^5 \text{ m}$

বের করতে হবে, কৃত্রিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগ, $v = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } v &= \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ &= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.90 \times 10^5 \text{ m}}} \\ &= 7514.7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ উদ্দীপকে বর্ণিত অবস্থায় কৃত্রিম উপগ্রহটির পর্যায়কাল T হলে,

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.9 \times 10^5 \text{ m})}{7514.7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} \\ &= 5928 \text{ sec} \end{aligned}$$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটির উচ্চতা $h = 800 \text{ km} = 8 \times 10^5 \text{ m}$

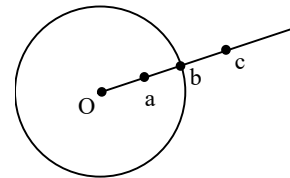
$$\begin{aligned} \text{হলে, এর পর্যায়কাল হবে, } T' &= 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} \\ &= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 8 \times 10^5 \text{ m})^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}} \\ &= 6066.56 \text{ sec} \end{aligned}$$

যেহেতু $6066 \text{ sec} > 5928 \text{ sec}$

অর্থাৎ $T > T'$

সুতরাং উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে ৪০০ km সরালে সেটির পরিভ্রমণকাল বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ১৩



উপরের চিত্রে একটি কাল্পনিক গ্রহ দেখানো হয়েছে যার ভর $12 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $8 \times 10^6 \text{ m}$ । O উহার কেন্দ্র। b উহার পৃষ্ঠে কোনো বিন্দু। a ও c দুটি বিন্দু এমন দূরে অবস্থিত যাতে $ao = ab = bc$ হয়। $[G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}]$

◀ পিখনফল: ৮ ও ১০ [য. বো. ২০১৫]

- ক. অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? ১
- খ. একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে — ব্যাখ্যা কর। ২

- গ. উল্লেখিত গ্রহটির পৃষ্ঠের মুক্তি বেগ হিসাব কর। ৩
 ঘ. a ও c বিন্দুর মধ্যে কোনটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি হবে? তোমার উত্তরের গাণিতিক প্রমাণ দাও। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বলকে অসংরক্ষণশীল বলা হবে যদি একটি বস্তু পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে পূর্বের অবস্থানে ফিরে এলে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য না হয়। অথবা, যদি কোনো বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অপর এক বিন্দুতে নিতে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুকে কোন পথে নেয়া হয়েছে তার উপর নির্ভর করে তবে ঐ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

খ মনে করি, দুটি বস্তুর ভর m_1 ও m_2 ($m_2 > m_1$) এবং গতিবেগ v_1 ও v_2 । এদের ভরবেগ সমান হলে, $m_1v_1 = m_2v_2$

$$\text{বা, } \frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2} \quad \text{বা, } \left(\frac{v_1}{v_2}\right) = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\therefore \text{এদের গতিশক্তির অনুপাত} = \frac{E_{K1}}{E_{K2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2}{\frac{1}{2}m_2v_2^2}$$

$$= \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\therefore m_2 > m_1$$

$$\therefore E_{K1} > E_{K2}$$

অর্থাৎ হালকা বস্তুর গতিশক্তি বেশি।

গ দেওয়া আছে,

$$\text{গ্রহটির ভর, } M = 12 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } R = 8 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$$

বের করতে হবে, গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_e = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2} \times 12 \times 10^{24} \text{ kg}}{8 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$= 14.146 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$= 14.146 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ $ao = ab = bc$ শর্তমতে,

a, ob এর মধ্যবিন্দু

$$\therefore ab = bc = \frac{R}{2} = \frac{8 \times 10^6 \text{ m}}{2} = 4 \times 10^6 \text{ m}$$

গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে,

গ্রহপৃষ্ঠ হতে $d = 4 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = g \left(1 - \frac{d}{R}\right) = g \left(1 - \frac{4 \times 10^6 \text{ m}}{8 \times 10^6 \text{ m}}\right)$$

$$= \frac{g}{2}$$

এবং পৃষ্ঠ হতে $h = 4 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g'' = g \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = g \left(\frac{R}{R+R/2}\right)^2 = g \left(\frac{R}{3R/2}\right)^2 = \frac{4}{9} g$$

$$\therefore \frac{g}{2} > \frac{4}{9} g$$

অর্থাৎ $g' > g''$

সুতরাং a বিন্দুর অভিকর্ষ ত্বরণের মান, c বিন্দুর অভিকর্ষ ত্বরণ অপেক্ষা বেশি।

প্রশ্ন ১৪ পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$ ও $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ । ভূ-পৃষ্ঠ হতে 700 km উচ্চতায় থেকে একটি মহাকাশযান পৃথিবীর চারিদিকে প্রদক্ষিণ করছে। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মান $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ । **শিখনফল: ১১**

ক. কেপলারের সময়ের সূত্রটি বিবৃত করো। ১

খ. সকল গ্রহের জন্য মুক্তি বেগের মান কী একই? যুক্তি দিয়ে বুঝিয়ে দাও। ২

গ. মহাকাশযানটির আবর্তনকাল কত হবে? ৩

ঘ. মহাকাশযানটিকে বাংলাদেশের জন্য ভূ-স্থির উপগ্রহ হিসাবে ব্যবহার করতে চাইলে কক্ষপথের ব্যাসার্ধ বাড়াতে হবে না কমাতে হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তর দাও। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গ্রহের পর্যায়কাল সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ আমরা জানি, মুক্তিবেগ $v_e = \sqrt{2gR}$

g = গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ

R = গ্রহের ব্যাসার্ধ

যেহেতু সকল গ্রহের জন্য অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ও ব্যাসার্ধ এক নয়, সেহেতু সকল গ্রহের জন্য মুক্তিবেগ এক নয়।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{মহাকাশ যানের উচ্চতা, } h = 700 \text{ km} = 700000 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$$

$$\text{মহাকাশযানের আবর্তনকাল, } T = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$\text{বা, } T = 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{(6.37 \times 10^6 + 700000)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 5.975 \times 10^{24}}}$$

$$\text{বা, } T = 5912.338 \text{ s}$$

$$\therefore T = 1.6423 \text{ hr (Ans.)}$$

ঘ মহাকাশযানটিকে বাংলাদেশের জন্য ভূ-স্থির উপগ্রহ হিসেবে বিবেচনা করতে চাইলে এর আবর্তনকাল, $T = 24 \text{ hr}$ হতে হবে।

এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 5.975 \times 10^{24} \text{ kg}$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{উচ্চতা} = h' \text{ (ধরি)}$$

$$\text{আবর্তনকাল, } T = (24 \times 3600) \text{ s} = 86400 \text{ s}$$

$$\text{এখন, } T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h')^3}{GM}}$$

$$\text{বা, } 86400 = 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{(R+h')^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 5.975 \times 10^{24}}}$$

$$\text{বা, } R+h' = 4.23 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\therefore R+h' = 4.23 \times 10^4 \text{ km}$$

যা ভূ-স্থির উপগ্রহের জন্য কক্ষপথের ব্যাসার্ধ।

আবার, মহাকাশযানের জন্য প্রদত্ত কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, $R + h = (6.37 \times 10^6 + 700 \times 10^3) \text{ m} = 7.07 \times 10^6 \text{ km}$

\therefore কক্ষপথের ব্যাসার্ধ বাড়াতে হবে $= (4.23 \times 10^4 - 7.07 \times 10^3) \text{ km} = 3.52 \times 10^4 \text{ km}$

সুতরাং, কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $3.52 \times 10^4 \text{ km}$ বাড়াতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৫ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ও ঘনত্ব 5.5 gm/cc এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ । পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান উচ্চতায় একজন নভোচারী পরিভ্রমণ করছে।

◀ শিখনফল: ৫

- ক. মহাকর্ষীয় বিভব কী? ১
খ. গাণিতিকভাবে দেখাও যে, $E = g$ । ২
গ. ভূ-পৃষ্ঠে 'g' এর মান কত? ৩
ঘ. নভোচারীর স্থানে 'g' এর ও ভূ-পৃষ্ঠের 'g' এর মানের তুলনায় যুক্তি দাও। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূরত্ব হতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরকে আনতে যে পরিমাণ কাজ করতে হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ মনে করি, M ভরের কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে অপর একটি বস্তু আছে যার ভর m । বস্তু দুইটির কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব r হলে,

$$\text{আকর্ষণ বল, } F = \frac{GMm}{r^2}$$

$$m = 1 \text{ হলে, বল} = \text{ক্ষেত্র প্রাবল্য}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্র প্রাবল্য, } E = \frac{GM \times 1}{r^2} = \frac{GM}{r^2}$$

$$\text{আবার, ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণ } g \text{ হলে, } g = \frac{GM}{r^2}$$

$$\therefore g = E$$

অর্থাৎ, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সংখ্যা মান সমান।

গ এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, } \rho = 5.5 \text{ gm/cc} = 5500 \text{ kgm}^{-3}$$

বের করতে হবে, ভূ-পৃষ্ঠে 'g' এর মান = ?

আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান,

$$= \frac{GM}{R^2}$$

$$= \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2}$$

$$= \frac{4}{3} \pi G R \rho$$

$$= 1.33 \times 3.14 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times 5500 \text{ kgm}^{-3}$$

$$= 9.805 \text{ ms}^{-2} \text{ (Ans.)}$$

ঘ নভোচারীর স্থানে 'g' এর মান ভূ-পৃষ্ঠের 'g' এর মানের তুলনায় বেশ কম হবে। কারণ ভূ-পৃষ্ঠে অবস্থানরত কোনো বস্তুর

ওপর পৃথিবীর সম্পূর্ণ ভর যেমন আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে, ঠিক তেমনি নভোচারীর স্থানে অবস্থিত কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর সম্পূর্ণ ভর আকর্ষণ বল প্রয়োগ করে। অধিকন্তু, ভূ-পৃষ্ঠের তুলনায় নভোচারীর স্থানে অবস্থিত বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্র হতে অধিক দূরে অবস্থিত।

প্রদত্ত উপাত্ত মতে, ভূ-পৃষ্ঠ হতে নভোচারীর উচ্চতা, $h = R$

$$\therefore \text{নভোচারীর অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান} = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$= \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{(R+R)^2} = \frac{4}{3} \pi G R^3 \rho \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{3} \pi G R \rho$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 6.4$$

$$\times 10^6 \text{ m} \times 5500 \text{ kgm}^{-3}$$

$$= 2.457 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{এখানে, } \frac{\text{নভোচারীর অবস্থানে } g \text{ এর মান}}{\text{ভূ-পৃষ্ঠে } g \text{ এর মান}} = \frac{2.457 \text{ ms}^{-2}}{9.805 \text{ ms}^{-2}}$$

$$= 0.2506$$

$$\approx \frac{1}{4}$$

অর্থাৎ নভোচারীর অবস্থানে 'g' এর মান ভূ-পৃষ্ঠে 'g' এর মানের তুলনায় প্রায় এক-চতুর্থাংশ। এর কারণ হলো, G এবং M ধ্রুবক বিবেচনায় $g \propto \frac{1}{R^2}$ (R হলো ভূকেন্দ্র হতে নভোচারীর অবস্থানের দূরত্ব) ভূ-কেন্দ্র হতে ভূ-পৃষ্ঠের দূরত্বের দ্বিগুণ হওয়ায় নভোচারীর অবস্থানে 'g' এর মান ভূপৃষ্ঠে 'g' এর মানের তুলনায় প্রায় এক-চতুর্থাংশ হয়েছে।

প্রশ্ন ▶ ১৬ পৃথিবী হতে গবেষণার উদ্দেশ্যে 1800 kg ভরের একটি মহাশূন্যযান মুক্তিবেগে যাত্রা করে চন্দ্রে পৌঁছাল। চন্দ্রে গবেষণা শেষে, পুনরায় পৃথিবীর উদ্দেশ্যে মুক্তিবেগে রওনা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং চন্দ্রের ব্যাসার্ধ 1500 km । উল্লেখ্য, পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

◀ শিখনফল: ১০

- ক. কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে? ১
খ. দেখাও যে, ভূ-কেন্দ্রে g এর মান শূন্য। ২
গ. গবেষণামতে চন্দ্রে যেকোনো বস্তুর ওজন পৃথিবীর তুলনায় 5.6 গুণ কম হলে, চন্দ্রে মুক্তিবেগে নির্ণয় করো। ৩
ঘ. মহাশূন্যযানটির প্রাথমিক গতিশক্তি পৃথিবীতে ও চন্দ্রে পৃথক হবে কি— গাণিতিক যুক্তি সহকারে ব্যাখ্যা করো। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সকল মহাশূন্যযান তাদের নিজ নিজ কক্ষপথে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে তাদের কৃত্রিম উপগ্রহ বলে।

খ আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ হতে h গভীরের কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = \frac{4}{3} \pi G \rho (R - h)$$

$$\text{যেখানে, } G = \text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক}$$

$$\rho = \text{পৃথিবীর ঘনত্ব}$$

$$R = \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ভূকেন্দ্রের ক্ষেত্রে, } h &= R \\ \therefore \text{আমরা পাই, } g &= \frac{4}{3} \pi G \rho (R - h) \\ &= \frac{4}{3} \pi G \rho \times 0 \\ \therefore g &= 0 \end{aligned}$$

সুতরাং বলতে পারি, ভূ-কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ এর মান শূন্য।

গ দেওয়া আছে, মহাশূন্যায়ানের ভর, $m = 1800 \text{ kg}$
ধরা যাক, পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8 \text{ m/s}^2$
এবং চন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g_m

আবার, চন্দ্রে ওজন $\times 5.6 =$ পৃথিবীতে ওজন

$$\text{বা, } mg_m \times 5.6 = mg_e$$

$$\text{বা, } g_m = \frac{9.8}{5.6} = 1.75 \text{ m/s}^2$$

দেয়া আছে,

$$\text{চাঁদের ব্যাসার্ধ, } R_m = 1500 \text{ km} = 1.5 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{চন্দ্রে মুক্তিবৈগ, } v_m &= \sqrt{2g_m R_m} \\ &= \sqrt{2 \times 1.75 \times 1.5 \times 10^6} \text{ m/s} \\ &= 2291.3 \text{ m/s} \\ &= 2.29 \text{ km/s} \end{aligned}$$

\therefore চন্দ্রে মুক্তিবৈগ 2.29 km/s . (Ans.)

ঘ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{পৃথিবীতে মুক্তিবৈগ, } v_e &= \sqrt{2g_e R_e} \\ &= \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} \text{ m/s} \\ &= 11200 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীতে প্রাথমিক গতিশক্তি, } E_{ke} &= \frac{1}{2} m v_e^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 1800 \times (11200)^2 \text{ J} \\ &= 1.13 \times 10^{11} \text{ J} \end{aligned}$$

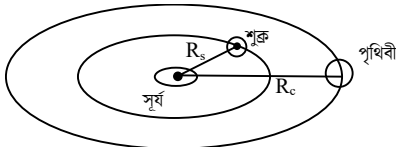
$$\text{চন্দ্রে হতে উড্ডয়নকালে প্রাথমিক গতিশক্তি, } E_{km} = \frac{1}{2} m v_m^2$$

[গ নং উত্তর হতে v_m এর মান বসিয়ে]

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 1800 \times (2291.3)^2 \text{ J} \\ &= 4.73 \times 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

পৃথিবী ও চন্দ্রে মুক্তিবৈগ ভিন্ন হওয়ায়, মহাশূন্যায়ানের প্রাথমিক গতিশক্তিও ভিন্ন হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৭



চিত্রে সূর্যকে কেন্দ্র করে পৃথিবী ও শুক্রে গ্রহের আবর্তন দেখানো হয়েছে। সূর্যের ভর $1.49 \times 10^{30} \text{ kg}$, $R_e = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ এবং $R_s = 1.07 \times 10^{11} \text{ m}$ ।

◀ **শিখনফল:** ২

- ক. পরম আর্দ্রতা কী? ১
খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক সর্বজনীন- ব্যাখ্যা করো। ২
গ. পৃথিবীতে কত দিনে এক বছর তা নির্ণয় করো। ৩

ঘ. শুক্রে ও পৃথিবীতে কি সমান সংখ্যক দিনে এক বছর হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো স্থানের বাতাসে প্রতি ঘনমিটারে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে তাকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

খ একক ভরের দুটি বস্তু কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব 1 m হলে কণা দুটি পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। যেহেতু বস্তুকণাদ্বয়ের মধ্যে মহাকর্ষীয় বল কণা দুটির মধ্যে কোনো মাধ্যমের উপস্থিতি অথবা প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না, এই বল কণা দুটির প্রকৃতি, রাসায়নিক গঠন ও উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল নয়, এ জন্য G -কে সার্বজনীন ধ্রুবক বলে।

গ দেওয়া আছে,

$$\text{সূর্যের ভর, } M = 1.49 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্ব, } R_e = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

বের করতে হবে, পৃথিবীর পর্যায়কাল, $T = ?$

আমরা জানি,

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \times R_e^3$$

$$\text{বা, } T = \sqrt{\frac{4 \times (3.1416)^2 \times (1.5 \times 10^{11})^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 1.49 \times 10^{30}}}$$

$$\text{বা, } T = 36606909.06 \text{ sec}$$

$$\text{বা, } T = 423.69 \text{ day}$$

অতএব, পৃথিবীতে 423.69 দিনে এক বছর। (Ans.)

ঘ 'গ' অংশ হতে পাই, পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_e = 423.69 \text{ day}$
উদ্দীপক হতে,

$$\text{সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, } R_e = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{সূর্যের চারদিকে শুক্রে কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, } R_s = 1.07 \times 10^{11} \text{ m}$$

শুক্রে আবর্তনকাল T_s হলে,

$$\frac{T_s^2}{T_e^2} = \frac{R_s^3}{R_e^3}$$

$$\text{বা, } T_s = \sqrt{\frac{T_e^2 \times R_s^3}{R_e^3}}$$

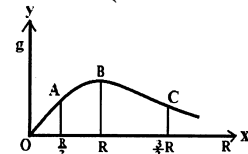
$$\text{বা, } T_s = \sqrt{\frac{(423.69)^2 \times (1.07 \times 10^{11})^3}{(1.5 \times 10^{11})^3}}$$

$$\text{বা, } T_s = 255.26 \text{ day}$$

$$\therefore T_e \neq T_s$$

অর্থাৎ শুক্রে ও পৃথিবীতে সমান সংখ্যক দিনে এক বছর হবে না।

প্রশ্ন ▶ ১৮ লেখচিত্রে x অক্ষ বরাবর পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R ও y অক্ষ বরাবর অভিকর্ষীয় ত্বরণ g কে দেখানো হয়েছে। এখানে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400 \text{ km}$ এবং পৃথিবীর ভর $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ।



◀ **শিখনফল:** ৫ ও ৬

- ক. পার্কিং কক্ষপথ কী? ১
 খ. ঘূর্ণনরত কোন গ্রহ সূর্যের কাছে আসলে ভরবেগ কেমন হবে? ২
 গ. B বিন্দুতে কোন দোলকের দোলনকাল 2 sec হলে A বিন্দুতে উহার দোলনকাল কত হবে? ৩
 ঘ. A ও C বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত নির্ণয় করা সম্ভব কি না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ গ্রহ সম্পর্কিত কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, গ্রহ তার উপবৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনকালে সূর্য ও গ্রহের সংযোজক সরল রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে। এ কারণেই সূর্যের কাছাকাছি এলে গ্রহের বেগ বেড়ে যায়। যেহেতু গ্রহের ভর স্থির তাই বেগ বৃদ্ধির সাথে ভরবেগ ও বৃদ্ধি পায়।

গ দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} \text{পৃথিবীর ভর, } M &= 6 \times 10^{24} \text{ kg} \\ \text{B বিন্দুর দূরত্ব, } R &= 6400 \text{ km} \\ &= 6400 \times 10^3 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ভূ-পৃষ্ঠ হতে A বিন্দুর গভীরতা, } h &= R - \frac{R}{2} = R/2 \\ &= \frac{6400 \times 10^3 \text{ m}}{2} \\ &= 3200 \times 10^3 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_B &= \frac{GM}{R^2} \\ &= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6400 \times 10^3)^2} \\ &= 9.775 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_A &= g_B \left(1 - \frac{h}{R}\right) \\ &= 9.775 \left(1 - \frac{R}{2}\right) \\ &= 9.775 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \\ &= 4.8875 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

A এবং B বিন্দুতে পর্যায়কাল যথাক্রমে T_A এবং T_B হলে,

$$\begin{aligned} \frac{T_A}{T_B} &= \sqrt{\frac{g_B}{g_A}} \\ \text{বা, } \frac{T_A}{2s} &= \sqrt{\frac{9.775 \text{ ms}^{-2}}{4.8875 \text{ ms}^{-2}}} \\ \text{বা, } T_A &= 2.83 \text{ sec (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, M ও ব্যাসার্ধ, R

$$\text{A বিন্দুর দূরত্ব, } r_A = \frac{R}{2}$$

$$\text{B বিন্দুর দূরত্ব, } r_B = R$$

$$\text{এবং C বিন্দুর দূরত্ব, } r_C = \frac{3}{2} R = 1.5 R$$

A বিন্দু পৃথিবীর অভ্যন্তরে অবস্থিত। সুতরাং A বিন্দুর বিভব = পৃথিবীর পৃষ্ঠে বিভব।

∴ মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G হলে,

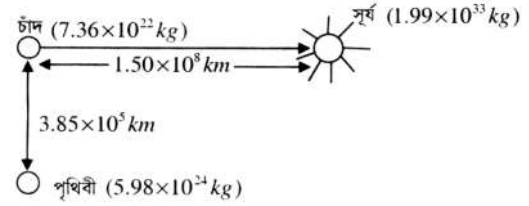
$$\text{A বিন্দুর বিভব, } V_A = -\frac{GM}{r_B} = -\frac{GM}{R}$$

$$\text{এবং C বিন্দুর বিভব, } V_C = \frac{-GM}{r_C} = \frac{-GM}{1.5R}$$

$$\therefore \frac{V_A}{V_C} = \frac{-\frac{GM}{R}}{-\frac{GM}{1.5R}} = 1.5$$

অতএব, A ও C বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত নির্ণয় করা সম্ভব এবং এ অনুপাতের মান 1.5।

প্রশ্ন ১৯



◀ **শিখনফল: ৬**

- ক. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কী? ১
 খ. কি কি কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তিত হয়? ২
 গ. পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ বল শূন্য হবে? ৩
 ঘ. চাঁদের অবস্থানে লক্ষি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় বলের প্রভাব যে ক্ষেত্র বা স্থান জুড়ে বিদ্যমান থাকে, তাকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

খ অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তনের কারণসমূহ হলো:

- উচ্চতায় ক্রিয়া
- অক্ষাংশ ক্রিয়া (পৃথিবীর আক্ষিক গতি)
- ভূ-পৃষ্ঠ হতে গভীরতার
- পৃথিবীর অসম আকৃতির জন্য

গ দেওয়া আছে, চাঁদের ভর, $m = 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$

পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

এদের মধ্যকার দূরত্ব, $d = 3.85 \times 10^5 \text{ km} = 3.85 \times 10^8 \text{ m}$

জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ মনে করি, চাঁদ ও পৃথিবীর সংযোগকারী সরলরেখার চাঁদ হতে x দূরত্বে মহাকর্ষ লব্ধি বল শূন্য হবে।

$$\text{তাহলে, } \frac{Gm}{x^2} = \frac{GM}{(d-x)^2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x}{d-x}\right)^2 = \frac{m}{M} = \frac{7.36 \times 10^{22}\text{kg}}{5.98 \times 10^{24}\text{kg}} = 0.0123$$

$$\text{বা, } \frac{x}{d-x} = 0.111$$

$$\text{বা, } x = 0.111d - 0.111x$$

$$\text{বা, } x(1 + 0.111) = 0.111d$$

$$\therefore x = \frac{0.111d}{1.111} = \frac{0.111 \times 3.85 \times 10^8\text{m}}{1.111} = 3.85 \times 10^7\text{m}$$

সুতরাং, পৃথিবী ও চাঁদের সংযোজক রেখার চাঁদ হতে $3.85 \times 10^7\text{m}$ দূরত্বে লব্ধি মহাকর্ষ বল শূন্য হবে।



প্রশ্নব্যাংক

► উত্তর সংকেতসহ প্রশ্ন

প্রশ্ন ► ২০ বৃহস্পতি সৌরজগতের বৃহত্তম গ্রহ যার ভর $1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ 70000 km । এই গ্রহে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান 25 m/s^2 । পৃথিবী হতে প্রেরিত 'পেত্রোভ' নামক একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃহস্পতিকে পর্যবেক্ষণের উদ্দেশ্যে প্রতি 52 ঘণ্টায় বৃহস্পতিকে এক বার প্রদক্ষিণ করে। 'G' এর মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ ।

◀ শিখনফল: ১১

- ক. অভিকর্ষ বল কী? ১
- খ. কী কী কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তন হয়? ২
- গ. 'পেত্রোভ' বৃহস্পতির পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় থেকে একে প্রদক্ষিণ করছে? ৩
- ঘ. 'পেত্রোভ' এর ভর 3000 kg হলে, কক্ষপথে অবস্থানকালে এর রৈখিক গতিশক্তি মান উপগ্রহের উচ্চতায় বৃহস্পতির মহাকর্ষীয় বিভবের সাংখ্যিক মান হতে বেশি হবে কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বল বলে।

খ অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' কোনো ধ্রুব সংখ্যা নয়। স্থানভেদে এর পরিবর্তন হয়। নিম্নোক্ত তিনটি কারণে g এর মানের পরিবর্তন হয় :

- i. উচ্চতার ক্রিয়া
- ii. অক্ষাংশ ক্রিয়া
- iii. পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া

ঘ চাঁদের অবস্থানে পৃথিবীর ভরের দ্রুণ সৃষ্ট

$$\text{মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মান, } E_1 = \frac{GM}{d^2} \\ = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24}\text{kg}}{(3.85 \times 10^8\text{m})^2} = 2.692 \times 10^{-3} \text{ Nkg}^{-1}$$

আবার সূর্যের ভর, $M' = 1.99 \times 10^{33} \text{ kg}$

সূর্য হতে চাঁদের দূরত্ব, $d' = 1.5 \times 10^8 \text{ km} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

তাহলে, চাঁদের অবস্থানে সূর্যের ভরের কারণে সৃষ্ট মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মান

$$E_2 = \frac{GM'}{d'^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 1.99 \times 10^{33}\text{kg}}{(1.5 \times 10^{11}\text{m})^2} \\ = 5.9 \text{ Nkg}^{-1}$$

\vec{E}_1 ও \vec{E}_2 পরস্পর লম্বদিকে ক্রিয়া করায়, চাঁদের অবস্থানে লব্ধি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মান, $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos 90^\circ}$ $= \sqrt{(2.692 \times 10^{-3})^2 + (5.9)^2 + 2 \times 2.692 \times 10^{-3} \times 5.9 \times \cos 90^\circ}$ $= 5.9 \text{ Nkg}^{-1}$



সুপার টিপস : প্রয়োগ ও উচ্চতর দক্ষতার প্রশ্নের উত্তরের জন্যে অনুরূপ যে প্রশ্নের উত্তরটি জানা থাকতে হবে—

গ পেত্রোভ উপগ্রহ বৃহস্পতিকে 52 ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করছে। বৃহস্পতির পৃষ্ঠ থেকে পেত্রোভ উপগ্রহটির উচ্চতা কত? বৃহস্পতির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$ ও $70,000 \text{ km}$ ।

ঘ উক্ত উপগ্রহটির ভর 300 kg হলে কক্ষপথে অবস্থান কালে এর রৈখিক গতিশক্তির মান উপগ্রহটির উচ্চতায় বৃহস্পতির মহাকর্ষীয় বিভবের সাংখ্যিক মান অপেক্ষা বেশি হবে কিনা—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

প্রশ্ন ► ২১ চিত্রে একটি উপগ্রহ 7.5 kms^{-1} বেগে পৃথিবীতে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং 6400 km .



◀ শিখনফল: ১১

- ক. স্থানিক পর্যাক্রম বলতে কী বুঝ? ১
- খ. সঠিক সময় নির্দেশকারী একটি দোলক ঘড়ি দিনে 86400টি অর্ধদোলন দেয়- ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. উদ্দীপকে উপগ্রহটি কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে? ৩
- ঘ. একই উচ্চতায় রেখে উপগ্রহটিকে কি উপায়ে ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত করা যায় গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো কিছুর পুনরাবৃত্তি স্থানের সাপেক্ষে হয়, তখন তাকে স্থানিক পর্যায়ক্রম বলে।

খ একটি দোলক ঘড়ি 2 sec-এ 1 টি পূর্ণ দোলন দেয়।
সুতরাং দোলক ঘড়িটি 2 sec এ অর্ধদোলন দেয় 2 টি
আবার, 1 দিন = 24 ঘণ্টা = $24 \times 60 \times 60s = 86400s$
∴ দোলক ঘড়িটি 86400 sec এ অর্ধদোলন দেয় $\frac{2 \times 86400}{2}$ টি
= 86400 টি

অতএব,

সঠিক সময় নির্দেশকারী দোলক ঘড়িটি দিনে 86400 টি অর্ধদোলন দেয়।

সুপার টিপস : প্রয়োগ ও উচ্চতর দক্ষতার প্রশ্নের উত্তরের জন্যে অনুরূপ যে প্রশ্নের উত্তরটি জানা থাকতে হবে—

গ একটি উপগ্রহ 7.5 kms^{-1} বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ও 6400 km । উপগ্রহটি কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করতে ছিল?

ঘ একই উচ্চতায় রেখে উপগ্রহটিকে কি উপায়ে ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত করা যায় গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

প্রশ্ন ২২ সাক্ষির সরল দোলকের সাহায্যে বের করল অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.82 \text{ms}^{-2}$ । সে ক্যাভেন্ডিসের পদ্ধতিতে পরীক্ষা করে বের করল $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ । ত্রিকোনমিতির কিছু সূত্রের সাহায্যে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ বের করল $6.37 \times 10^6 \text{m}$ ।

◀ শিখনফল: ৭

- ক. ওজনের একক কী? ১
- খ. অক্ষাংশের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণের কীরূপ পরিবর্তন হয়—ব্যাখ্যা করো। ২
- গ. উপরোক্ত তথ্য থেকে পৃথিবীর ভর নির্ণয় করো। ৩
- ঘ. যদি পৃথিবীর ঘনত্ব প্রকৃতপক্ষে $5.5 \times 10^3 \text{kgm}^{-3}$ হয় তাহলে উপরোক্ত তত্ত্বগুলো প্রাপ্ত ঘনত্বের শতকরা ভুলের পরিমাণ বের করো। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক ওজনের একক নিউটন।

খ পৃথিবী সুষম গোলক নয়। ভূ-পৃষ্ঠের সকল স্থান এর কেন্দ্র থেকে সমদূরে নয়। g এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের উপর নির্ভর করে। তাই পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে g -এর মান বিভিন্ন হয়। পৃথিবীর উত্তর ও দক্ষিণ মেরু কিছুটা চাপা। কাজেই মেরু অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ বিষুবীয় অঞ্চলের ব্যাসার্ধ অপেক্ষা কম। বিষুব রেখায় পৃথিবীর ব্যাসার্ধ সবচেয়ে বেশি। বিষুব রেখা হতে মেরুর দিকে যত বেশি যাওয়া যায় ব্যাসার্ধ তত কমতে থাকে এবং g -এর মান তত বাড়তে থাকে। মেরু অঞ্চলে ব্যাসার্ধ সবচেয়ে কম হওয়ার g -এর মানও সবচেয়ে বেশি হয়।



সুপার টিপস : প্রয়োগ ও উচ্চতর দক্ষতার প্রশ্নের উত্তরের জন্যে অনুরূপ যে প্রশ্নের উত্তরটি জানা থাকতে হবে—

গ পৃথিবীকে $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ব্যাসার্ধের সমসত্ত্ব গোলক মনে করে এবং পৃথিবীর উপরিতলে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান 9.8ms^{-2} ধরে পৃথিবীর ভর বের করো। [$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{N-m}^2\text{kg}^{-2}$]

ঘ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{m}$, অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.8 \text{ms}^{-2}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{N-m}^2\text{kg}^{-2}$ হলে পৃথিবীর ভর M ও পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব ρ -এর মান নির্ণয় করো।

প্রশ্ন ২৩ সৌরজগতে সূর্যকে কেন্দ্র করে গ্রহগুলো ঘুরছে সূর্যের কাছাকাছি বুধ, শুক্র তারপর পৃথিবী। শুক্রের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের কম। এদের কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত 18 : 25। পৃথিবী 365 দিনে সূর্যকে একবার পরিভ্রমণ করে যাকে আমরা এক বছর বলি। আমরা জানি মহাকর্ষ ধ্রুবক $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ এবং পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $= 1.5 \times 10^{11} \text{m}$

◀ শিখনফল: ৩

- ক. পড়ন্ত বস্তুর ২য় সূত্রটি বিবৃত কর। ১
- খ. 'সকল অভিকর্ষ মহাকর্ষ, কিন্তু সকল মহাকর্ষ অভিকর্ষ নয়'—ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. শুক্রগ্রহের ক্ষেত্রে কতদিনে 1 সৌর বছর হবে? ৩
- ঘ. শুক্র গ্রহের সাপেক্ষে সূর্যের ভর নির্ণয় কর। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থির অবস্থান হতে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান বেগ প্রাপ্ত হবে এবং এ বেগ সময়ের সমানুপাতিক।

খ মহাবিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যবর্তী আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলে। এই বস্তুদ্বয়ের যে কোনোটি পৃথিবী হলে, উক্ত আকর্ষণকে অভিকর্ষ বল বলে। অর্থাৎ, কোনো বস্তুকে পৃথিবী যে বলে তার কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করে তাই অভিকর্ষ। অর্থাৎ, মহাকর্ষ বলের পৃথিবী সংশ্লিষ্ট রূপ হল অভিকর্ষ বল। যেমন— চন্দ্র ও সূর্যের মধ্যবর্তী আকর্ষণ বল হল মহাকর্ষ। তবে চন্দ্রের প্রতি পৃথিবীর আকর্ষণ মহাকর্ষের পাশাপাশি অভিকর্ষ বলও। অর্থাৎ, সকল অভিকর্ষই মহাকর্ষ কিন্তু সকল মহাকর্ষ অভিকর্ষ নয়।



সুপার টিপস : প্রয়োগ ও উচ্চতর দক্ষতার প্রশ্নের উত্তরের জন্যে অনুরূপ যে প্রশ্নের উত্তরটি জানা থাকতে হবে—

গ বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ $7 \times 10^7 \text{m}$ হলে এই গ্রহের ক্ষেত্রে কতদিনে 1 সৌরবছর হবে?

ঘ মনে করো, পৃথিবীর কক্ষ পথ বৃত্তাকার যার ব্যাসার্ধ $1.5 \times 10^8 \text{km}$ । সূর্যের ভর নির্ণয় করো। দেওয়া আছে 1 বছর = 365 দিন এবং মহাকর্ষ ধ্রুবক $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ।

প্রশ্ন ▶ ২৪ NASA থেকে চন্দ্রে কিছু প্রয়োজনীয় গবেষণার জন্য একটি মহাকাশযান প্রেরণ করা হল। মহাশূন্য যানটি ২ সপ্তাহ ধরে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং মহাশূন্যযানটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 700 km উর্ধ্বে অবস্থান করে। ২ সপ্তাহ পর মহাশূন্যযানটি চন্দ্রের উদ্দেশ্যে পুনরায় রওনা করে।

◀ শিখনফল: ৪

- ক. গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের কক্ষের সূত্রটি বিবৃত কর। ১
- খ. অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. উদ্দীপকে বর্ণিত মহাশূন্যযানটির রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. মহাশূন্যযানে মহাশূন্যচারীরা কেন ওজনহীনতা অনুভব করে— বিশ্লেষণ কর। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে একটি নাভিতে রেখে উপবৃত্তাকার পথে প্রতিনিয়ত প্রদক্ষিণ করছে।

খ একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভিতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সে বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

ব্যাখ্যা : প্রত্যেক বস্তুই অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণার সমন্বয়ে গঠিত। প্রতিটি কণা পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর আকৃষ্ট হয়। সকল কণার ওজনের অভিমুখ সম্মুখী ও সমান্তরাল বলে এদের লব্ধি একটি বিন্দুতে সমান্তরাল রেখা বরাবর ক্রিয়াশীল হয়। এই লব্ধি যে বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাকেই বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলা হয়।

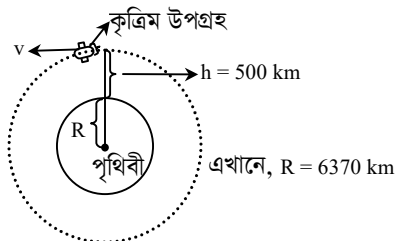
সুপার টিপস : প্রয়োগ ও উচ্চতর দক্ষতার প্রশ্নের উত্তরের জন্যে অনুরূপ যে প্রশ্নের উত্তরটি জানা থাকতে হবে—

গ একটি মহাকাশযান 10 দিন ধরে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 800km উর্ধ্বে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400km হলে যানটির রৈখিক বেগ কত?

ঘ পৃথিবী প্রদক্ষিণকালে নভোচারীদের ওজনহীনতা অনুভবের কারণ ব্যাখ্যা কর।

▶ অনুশীলনের জন্য আরও প্রশ্ন

প্রশ্ন ▶ ২৫



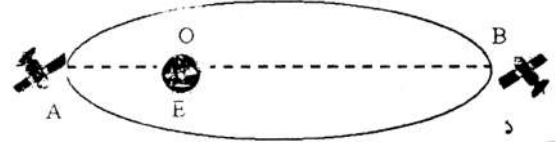
◀ শিখনফল: ১১

পাঞ্জেরী সৃজনশীল পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র ■ একাদশ-দ্বাদশ শ্রেণি

- ক. ভারকেন্দ্র কী? ১
- খ. অভিকর্ষীয় ত্বরণ বস্তুর ভরের ওপর নির্ভর করে না- ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. উপগ্রহের ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. উদ্দীপক অনুসারে পৃথিবীর চারদিকে একবার ঘুরে আসতে কৃত্রিম উপগ্রহের কত সময় লাগবে? ৪

প্রশ্ন ▶ ২৬ চিত্রে প্রদর্শিত M ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী E কে কেন্দ্র করে উপবৃত্তাকার পথে ঘুরছে। O হতে A ও B বিন্দুর দূরত্ব যথাক্রমে 1.5×10^7 m এবং 5×10^7 m।

◀ শিখনফল: ২



- ক. সংরক্ষণশীল বল কী? ১
- খ. একই উচ্চতায় একই ভরের দুটি বস্তুকে দুজন লোক একই পরিমাণ সময়ে উত্তোলন না করলে ক্ষমতা ভিন্ন হয় কেন? ২
- গ. পৃথিবী হতে A ও B অবস্থানের সাপেক্ষে উপগ্রহটির গড় দূরত্ব অর্ধেক হলে আবর্তনকালের কীরূপ পরিবর্তন হবে? ৩
- ঘ. A ও B অবস্থানে উপগ্রহটির বেগের তারতম্যের গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

প্রশ্ন ▶ ২৭ সাহিবা ও সাফা দুই বোন এবং তারা দুজনই বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্রী। একদিন পড়ন্ত বস্তু নিয়ে পড়াশুনা করার সময় সাহিবা বললো 10 kg ভরের একটি বস্তু যদি অসীম দূরত্ব থেকে পৃথিবীতে পড়ে তবে তার পতন বেগ, একই ভরের বস্তু যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান উচ্চতা থেকে পৃথিবীতে মুক্তভাবে পড়ে, তবে এর পতন বেগ অপেক্ষা বেশি হবে। পৃথিবীর ভর = 6.015×10^{24} kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km এবং $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm² kg⁻².

- ক. ভারকেন্দ্র কাকে বলে? ১
- খ. স্বাভাবিক উপগ্রহ বলতে কী বুঝ? ২
- গ. বস্তুটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে অসীম দূরত্বে নিয়ে যেতে কত কাজের পরিমাণ নির্ণয় করো। ৩
- ঘ. সাহিবার বক্তব্য সঠিক ছিল কি না? তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। ৪

প্রশ্ন ▶ ২৮ পৃথিবীর মুক্তবেগ 11.2 km/sec. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m।

◀ শিখনফল: ১০

- ক. শক্তির সমবিভাজন নীতি কী? ১
- খ. বৃষ্টির ফোটা সমবেগে পতিত হয় কেন? ২
- গ. পৃথিবীর কৌণিক বেগ নির্ণয় করো। ৩
- ঘ. পৃথিবীর উক্ত কৌণিক বেগ বর্তমানের কত গুণ হলে একটি বস্তু মহাশূন্যের দিকে উধাও হওয়ার উপক্রম হবে? ৪